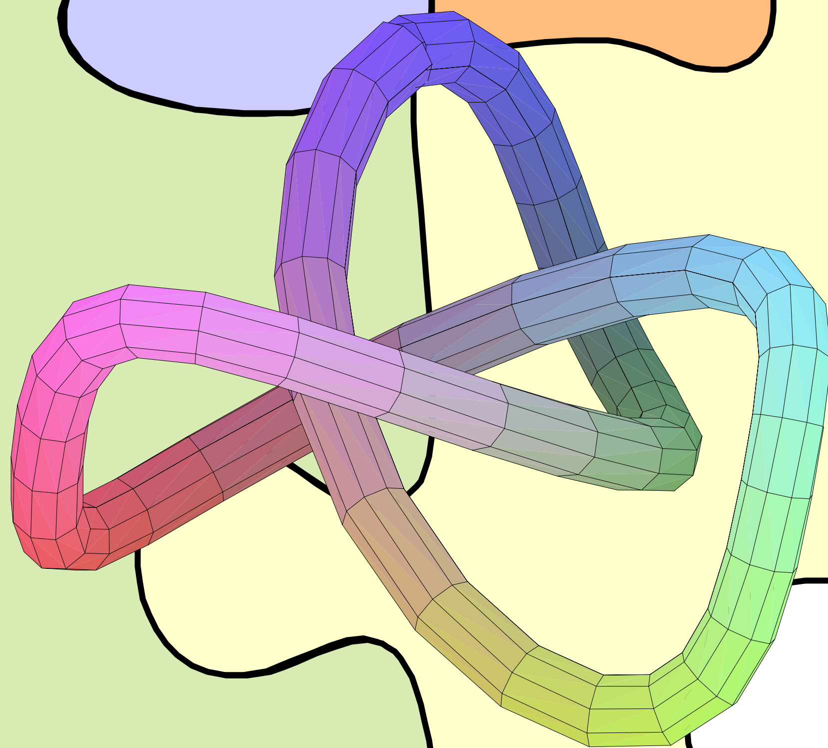
LA MATEMATICA DEGLI INDOVINELLI

di Matteo Puzzle



L'autore è grato a chiunque voglia segnalare eventuali imprecisioni, riportate in questo documento, o soluzioni alternative ai quesiti proposti; sono graditi commenti, suggerimenti e giudizi critici.
Il presente documento può essere copiato, fotocopiato, riprodotto, a patto che non venga altera l'integrità, la proprietà dell'autore e il contenuto stesso.
L'autore non potrà essere ritenuto responsabile per il contenuto e l'utilizzo del presente documento, declinandone ogni responsabilità.

PROPRIETA'	Matteo Puzzle
VERSIONE FILE	2.3
DATA DI CREAZIONE	27 Luglio 2004
ULTIMA MODIFICA	20 Ottobre 2004
ESTENSIONE FILE	.pdf

PREMESSA

La matematica è considerata dagli scienziati la “regina delle scienze” poiché è l’unico e valido strumento per indagare, spiegare e capire ciò che succede nella realtà, sia microscopica (ad esempio l’atomo e le particelle che lo compongono), sia macroscopica (come il cosmo e i pianeti). Non esisterebbero le branche della scienza (fisica, chimica e biologia) e l’ingegneria (applicazione della scienza) se l’umanità non avesse sviluppato, nel corso dei secoli, le “strutture matematiche” (assiomi, teoremi e dimostrazioni) che oggi permettono ad un computer di funzionare o ad un treno di partire in orario; ciò non deve far pensare che la ricerca matematica sia conclusa, anzi, è vero il contrario: gli studi nei vari settori (mi si permetta questo termine) della matematica proseguono, e in questo lungo e infinito cammino si aprono nuove “porte” che conducono ad altrettanti nuovi settori di indagine spesso completamente sconosciuti. A dimostrazione di quanto affermo, a titolo d’esempio, è sufficiente pensare ai frattali, la cui recente scoperta (anni ’70) da parte di Mandelbrot , ha introdotto un immenso e ignoto campo di indagine di cui è difficile, se non impossibile, vederne i confini.
Purtroppo nella società in cui viviamo, la matematica (aritmetica, algebra, geometria, calcolo infinitesimale etc…) è relegata a poche ore settimanali nelle scuole medie e pochissime ore nelle scuole superiori, e come aggravante, è spesso insegnata da persone che non hanno una idonea e valida preparazione in matematica. Quindi lo studente, nella maggior parte dei casi, vive la matematica tra i banchi di scuola come un “mattone indigesto” di cui non ne comprende l’utilità, e si trascina così preoccupanti lacune all’università e per tutta la vita, rimanendo convinto che la matematica non serva fondamentalmente a nulla se non a turbare la propria vita; ignorando magari che il telefonino cellulare, di cui è sicuramente un geloso possessore, è stato inventato grazie alla matematica, poiché il fenomeno dell’elettromagnetismo, che ci permette anche di fare una telefonata, è descritto dalle equazioni di Maxwell.
E’ essenziale sottolineare ulteriormente l’importanza della matematica nel “fare Scienza”, e nell’adempiere a questo compito è necessario richiamare all’attenzione il metodo galileiano, utilizzato in tutti i laboratori e centri ricerca del mondo. In breve, tale metodo, proposto da Galileo Galilei (insieme con di Isaac Newton sono considerati i padri della scienza moderna) prevede l’osservazione di un fenomeno (fisico, chimico, biologico etc…) la successiva riproducibilità in laboratorio e lo sviluppo di un modello matematico che lo descriva; quindi la matematica ha un ruolo centrale nel produrre la conoscenza della realtà, senza la matematica non è possibile dimostrare o smentire ipotesi scientifiche e quindi far fare un passo in avanti all’umanità. Sull’importanza della matematica se ne potrebbe discutere ancora per molto, ma mi fermerò qui, e citerò come esempio conclusivo ricordando che uno strumento valido, utilizzato dagli organismi internazionali, per valutare la preparazione e le potenzialità di un popolo sono le conoscenze che esso possiede in matematica.
Vedi: http://matematica.uni-bocconi.it/losapevateche/losapevate-eis.htm
In queste poche pagine cercherò di mettere in evidenza l’importanza della conoscenza di semplici concetti matematici nella risoluzione degli indovinelli.
Poiché i quesiti sono posti sottoforma di gioco, di ricreazione, il lettore non deve pensare che ciò rappresenti una banalizzazione della matematica, anzi, come dice Carlo Bo nel suo ottimo sito web, “la matematica ricreativa è vera matematica, ha un'antichissima tradizione e il suo ruolo è fondamentalmente educativo”. Non solo, “la matematica ricreativa è basata su una vastissima collezione di problemi che hanno lo straordinario

potere di generare entusiasmo, attenzione e curiosità nei confronti della matematica. E di sviluppare le abilità matematiche che sono in noi.
I più antichi problemi di questa tradizione risalgono al 3000 a.C. e tutt'oggi se ne creano continuamente di nuovi."
La maggior parte delle persone, che hanno talvolta portato i loro studi sino all'università, ignorano completamente l'esistenza di questo aspetto della matematica, appunto ricreativo, come dice la parola stessa, ri-crea, ri-genera, fa rinascere. Ciò è un male, perché questa tipologia di problemi sviluppano la capacità di concentrarsi su un unico punto, aiutano a mettersi in contatto con il proprio inconscio cognitivo, e una volta risolti danno il senso della vittoria, di aver vinto una sfida. Nelle scuole primarie, elementari e medie, i problemi matematici di tipo ricreativo hanno il potere di scovare tra gli scolari gli autentici talenti e far divertire tutti e dimostrare che le "noiose" ore di matematica possono avere tante applicazioni, tra cui la risoluzione di un divertente indovinello!
Alle superiori e soprattutto all'università, questo tipo di quesiti, possono diventare uno spunto interessante per gli esami di matematica, spesso eccessivamente improntati nella risoluzione manuale di un calcolo, che è un'operazione meccanica, sterile ed è sufficiente una calcolatrice grafico – simbolica per svolgere tale operazione in pochi secondi! L'inutilità di risolvere per ore limiti, derivate, integrali, serie etc… è evidente, le abilità individuali devono, invece e più proficuamente, essere tese all'impostazione logica della soluzione di un qualunque problema! Credo che sia arrivato il tempo per aggiornare i programmi dei corsi di matematica (analisi 1 e 2, geometria e algebra, meccanica razionale etc…) attraverso l'inserimento di analisi di problemi in cui l'abilità nello sviluppo di un procedimento risolutivo logico sia il cardine dell'esame.
Mentre si assiste a una forte valorizzazione della matematica, in tutti i suoi aspetti compreso quello ricreativo, nei paesi più sviluppati come U.S.A. e Giappone, come fu precedentemente per l'U.R.S.S. e tutto il blocco sovietico, ma anche nei paesi in via di sviluppo che hanno compreso l'importanza della matematica nel progresso tecnologico e quindi economico, come Cina e India, il sistema scolastico italiano è purtroppo responsabile di uno scarso impegno nell'insegnamento della matematica, con un conseguente impoverimento di cultura matematica in tutto il Paese. Va detto, però, che nel resto dell'Europa occidentale le cose non vanno meglio, le competizioni matematiche internazionali sono spesso vinte dai Paesi dell'Est (ex blocco sovietico) e dai Paesi asiatici e gran parte dell'innovazione tecnologica, come già detto prima, è prodotta negli Stati Uniti e in Giappone.
Al termine di questo documento è riportata una ricca bibliografia rivolta a chi vuole approfondire gli aspetti della matematica, per addetti ai lavori e non; inoltre vi è una raccolta di link di siti web attinenti alla matematica e alle sue infinite applicazioni, e un breve elenco di film in cui la matematica è protagonista.
"Chiunque riesca a dotare di veste matematica un qualunque problema, arriverà per passaggi logici ad una soluzione certa e farà fare un passo, seppur piccolo, alla scienza, chi invece ripudia lo strumento matematico procederà per tentativi disordinati, magari invocando la fortuna o chissà quale altra divinità, perdendo una gran quantità di tempo e non giungendo ad alcun risultato utile ne per sé ne per gli altri."

Matteo Puzzle
matematicare@hotmail.com

INTRODUZIONE ALLA RISOLUZIONE DEGLI INDOVINELLI

Tutti i 50 indovinelli proposti in queste pagine, sono risolvibili attraverso semplici conoscenze di analisi matematica e geometria; più precisamente, sono state utilizzate nozioni basilari di algebra, matrici, serie numeriche e di funzioni, trigonometria, geometria euclidea, integrazione semplice e multipla, e derivazione semplice, parziale e direzionale.
Alcuni dei quesiti proposti sono tratti da riviste, periodici nazionali e siti web, specificando di volta in volta la fonte, e i testi per esigenze grafiche e pratiche possono aver subito lievi modifiche; ad esempio, le unità di misura di problemi antichi sono state sostituite con unità di misura moderne e del sistema internazionale.
Le soluzioni di quasi tutti i quesiti sono state sviluppate dall'autore del presente documento, che si è preoccupato di evidenziare l'aspetto matematico di ognuno dei quesiti non limitandosi a dare una risposta, ma ad approfondire i vari aspetti delle soluzioni che sono abbondantemente discusse; quando ciò non è avvenuto è stato riportato il nome dell'autore della soluzione dell'indovinello e da dove tale soluzione è tratta.
Per aiutare il lettore, sono stati inseriti i passaggi intermedi più significativi prima del conseguimento della soluzione dell'indovinello proposto; tuttavia, invito il lettore a porre la sua attenzione principalmente sull'impostazione della soluzione, perché lo svolgimento dei calcoli è spesso puramente tecnico e affidato talvolta ai calcolatori, lasciando così poco spazio alla creatività individuale.
Per poter impostare il procedimento risolutivo per poi giungere alla soluzione, è auspicabile, in fase preliminare, elencare i dati contenuti nel testo dell'indovinello; il passaggio successivo è fondamentale, perché consiste nel "passare" dalla proposizione, contenuta nel testo dell'indovinello, alla scrittura matematica mediante equazioni o, nel caso vi fossero figure, alla loro analisi geometrica; ciò è possibile dopo una attenta lettura del testo e dopo aver individuato le incognite e aver fatto considerazioni sugli ordini di grandezza. Spesso è conveniente indicare anche i dati noti, oltre ovviamente l'incognita, mediante variabili simboliche così da trovare una *soluzione globale* adatta a risolvere almeno tutti gli indovinelli di una stessa tipologia; ciò è avvenuto, ad esempio, nella terna di indovinelli n°34,35,36 ed anche in altri casi che non vi voglio anticipare.
Comunque, una volta impostata, la soluzione si può eseguire attraverso un calcolatore, o, nei casi più semplici, un pò di esercizio mentale non guasta!
Questi indovinelli vogliono essere un spunto interessante per trovare un'applicazione alla matematica laddove sembrerebbe, a prima vista, non vi siano implicazioni.
Molte delle soluzioni dei quesiti proposti, sono adatte ad essere risolte mediante un software di matematica (Derive, Maple, Mathematica, Scientific Workplace etc..) o con l'uso di calcolatrici grafico – simboliche dotate preferibilmente di C.A.S. (Computer Algebra System), come le Texas Instruments (TI 89Titanium/Voyage200), Hewlett Packard (HP 49G+) e Casio (FX 2.0 Plus e ClassPad 300).
In questo documento, i grafici sono stati tracciati utilizzando Maple e Derive, ed anche i calcoli sono stati elaborati, laddove era opportuno, con versioni recenti di questi due software.
Per concludere questa breve introduzione, invito il lettore a consultare le soluzioni solo dopo aver impostato una sua soluzione logica che porti ad un risultato possibile.
Ribadisco che il passaggio fondamentale è l'impostazione logica, e quindi rigorosa, della soluzione, ma, se il lettore dovesse sbagliare questo passaggio è necessaria una rilettura attenta del testo dell'indovinello cercando di riflettere prima di "buttarsi" in calcoli sconclusionati e illogici.

Invece, una volta impostata una soluzione logica e corretta dei quesiti, un errore nella procedura dei calcoli è assai meno importante e con l'ausilio di una semplice calcolatrice si può rimediare all'errore.
Tengo a precisare che il lettore non deve preoccuparsi se non riesce a risolvere tutti gli indovinelli, perché incontrare difficoltà, soprattutto per i neofiti della matematica ricreativa, è normalissimo; più in generale, incontrare difficoltà in matematica è normale e come diceva il grande fisico premio nobel Albert Einstein: "non preoccuparti delle tue difficoltà in matematica, ti posso assicurare che le mie sono ancora molto grandi".
In ultima analisi, vorrei invitare tutti a navigare sull'ottimo sito di Carlo Bo:
http://utenti.quipo.it/base5/
Vi lascio con il disegno dell'ornitottero e una frase del grande Leonardo da Vinci…………… buon divertimento!!



"La scienza è il capitano e la pratica i suoi soldati"

Leonardo da Vinci
da: *L'uomo e la natura*, Feltrinelli.

INDICE - I testi dei 50 indovinelli

***INDICE** – Le soluzioni dei 50 indovinelli* **Pag.**


Buon divertimento!!

Ho sempre pensato che il modo migliore per rendere la matematica interessante è quello di presentarla come se fosse un gioco.
A livelli superiori, specialmente quando la matematica è applicata a problemi concreti, può e deve essere terribilmente seria.
Ma nessuno studente può essere motivato a studiare, ad esempio, la teoria astratta dei gruppi dicendogli che la troverà bella, interessante, o addirittura utile se diventerà un fisico delle particelle elementari.
Sicuramente il miglior modo per tenerlo sveglio è quello di presentargli giochi matematici, puzzles, paradossi (...).
Nessuno dice che un insegnante non debba fare altro che divertire i propri studenti.
Deve esserci un interscambio tra serietà e divertimento: quest'ultimo tiene desto l'interesse, mentre la serietà giustifica il divertimento.
Alla fine, lo studente potrà perfino essere sorpreso della quantità di matematica non banale che ha appreso senza neppure volerlo.

Martin Gardner

INDOVINELLO 1
"L'artista e la sua matita"
(tratto dalla "Settimana Enigmistica" n° 3677 del 14/9/2002 a pagina 35)

Un artista usa 2 matite, una con la mina dura e un'altra con la mina tenera. Prima che inizi il disegno entrambe le matite sono di lunghezza identica.
Quando l'artista finisce il disegno, la matita con la mina tenera è lunga di 1 cm più della metà della matita con la mina dura; poiché esse si sono accorciate complessivamente (entrambe le matite) di una lunghezza pari a quella della attuale matita con la mina tenera, quanti cm di matita dura ha consumato l'artista?

INDOVINELLO 2
"La pesca alle trote"
(tratto dalla rivista "Focus" n° 114 del Aprile 2002 a pagina 152)

In un lago si sono tenute le finali di pesca alla trota tra Matteo, Marco, Luca e Giovanni. La gara è stata vinta da Marco che, curiosamente, ha pescato la metà delle trote complessivamente prese dai 4 concorrenti più mezza trota; al secondo posto si è piazzato Matteo, che è riuscito a catturare la metà delle trote rimaste (dopo aver tolto quelle pescate da Marco) più mezza trota; Giovanni, terzo arrivato, ha preso all'amo la metà delle trote rimaste (dopo aver tolto quelle dei primi due piazzati) più mezza trota; Luca, ultimo, si è portato a casa le rimanenti 12 trote. Dato che le trote si pescano intere, quante trote hanno pescato rispettivamente i 4 partecipanti alla gara di pesca? E quante in totale?

INDOVINELLO 3
"Tre amici all'enoteca"
(tratto dalla rivista "Focus" n° 97 del Novembre 2000 a pagina 190)

Tre amici hanno comprato 3 bottiglie di vino ciascuno, spendendo 100 euro a testa. Ogni bottiglia è stata scelta almeno una volta, tranne una che è stata scelta tre volte; quale tra le 9 bottiglie, che hanno il seguente costo, è stata scelte 3 volte?

bottiglia 1 costo: 11 €
bottiglia 2 costo: 19 €
bottiglia 3 costo: 22 €
bottiglia 4 costo: 28 €
bottiglia 5 costo: 50 €
bottiglia 6 costo: 59 €
bottiglia 7 costo: 67 €

INDOVINELLO 4
"Le camere di un ospedale"
(tratto dalla "Settimana Enigmistica" n° 3683 del 26/10/2002 a pagina 35)

Il primo piano di un ospedale è composto di dieci locali numerati da 1 a 10. Il locale n° 2 è destinato a ripostiglio, ma tutti glia altri sono camere per degenti. Le camere hanno un numero di letti compreso tra 2 e 5; soltanto in due di queste nove camere con letti, il rapporto fra il numero della camera stessa e il numero di letti che essa contiene, non è un numero intero, ma frazionario. Il numero totale dei letti nelle camere pari supera di uno il totale di quelle nelle dispari. Qual è il numero di letti per ognuna delle nove camere? Quanti letti in totale?

INDOVINELLO 5
"L'età di Matteo e Sara"

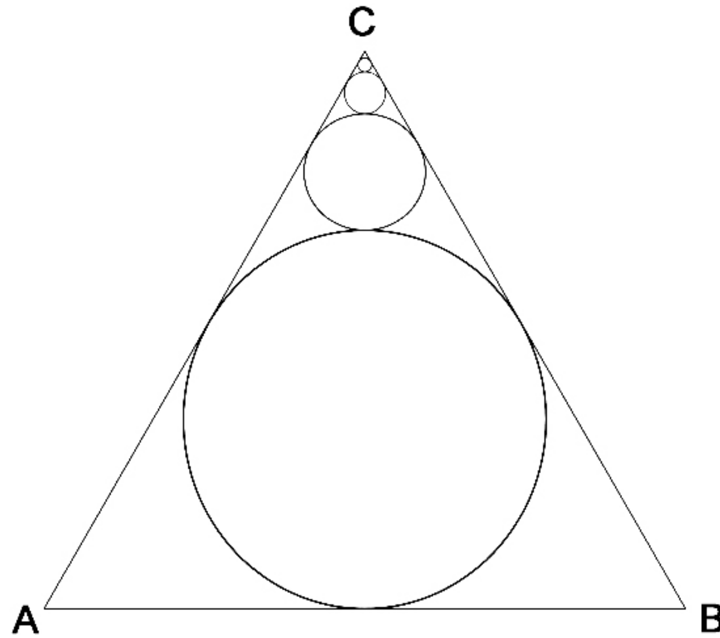
Fra tre anni Matteo avrà il doppio dell'età che Sara aveva tre anni fa, mentre ora il quadruplo degli anni di lui è pari al quintuplo degli anni di lei. Se è possibile determinarlo, qual'è l'età di Matteo e di Sara?

INDOVINELLO 6
"Uno strano parcheggiatore"

Un parcheggiatore ha un tariffario un pò particolare: chiede 1 € per la prima ora di sosta, 0,5 € per la seconda ora di sosta, 0,25 € per la terza ora di sosta, 0,125 € per la quarta ora di sosta e così via. Ipotizzando che un'auto rimanga in sosta per un tempo infinito, se è possibile determinarlo, quanto avrà guadagnato il parcheggiatore? Sarà diventato infinitamente ricco?

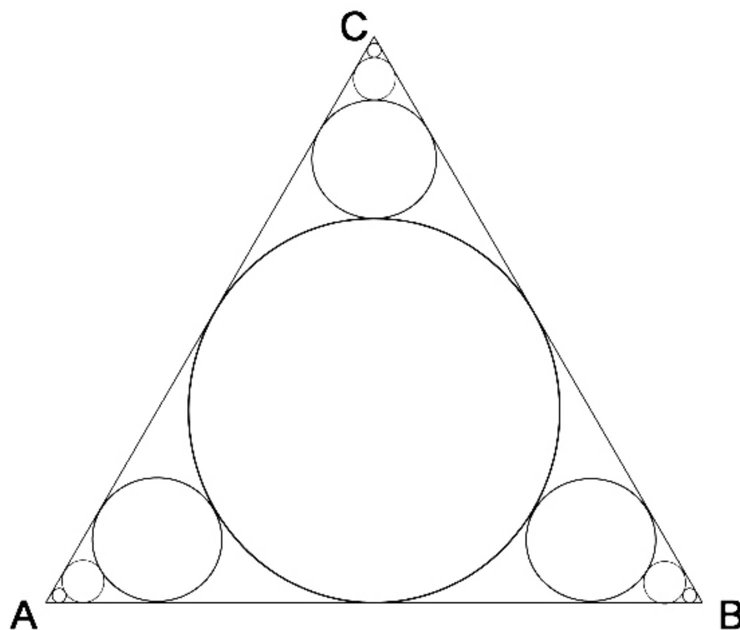
INDOVINELLO 7
"La convergenza dei cerchi in un triangolo equilatero – parte 1"

Qual'è l'area % ricoperta dai cerchi inscritti nel triangolo equilatero, di lato $\overline{AB} = \ell$, che convergono nel vertice C?



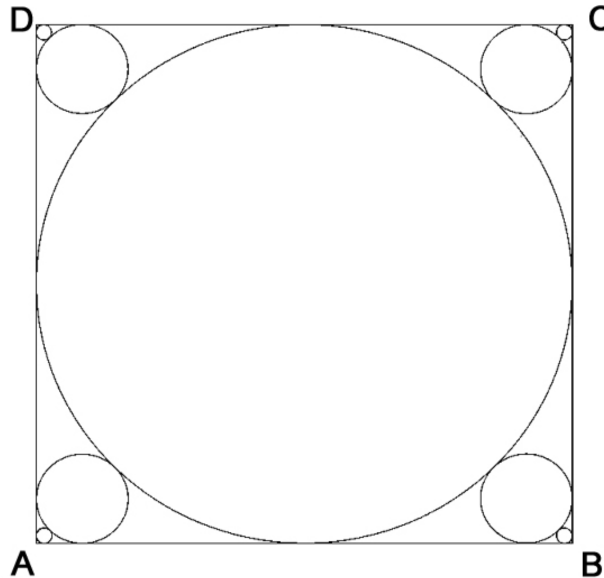
INDOVINELLO 8
"La convergenza dei cerchi in un triangolo equilatero – parte 2"

Qual'è l'area % ricoperta dai cerchi inscritti nel triangolo equilatero, di lato $\overline{AB} = \ell$, che convergono nei vertice A, B e C?



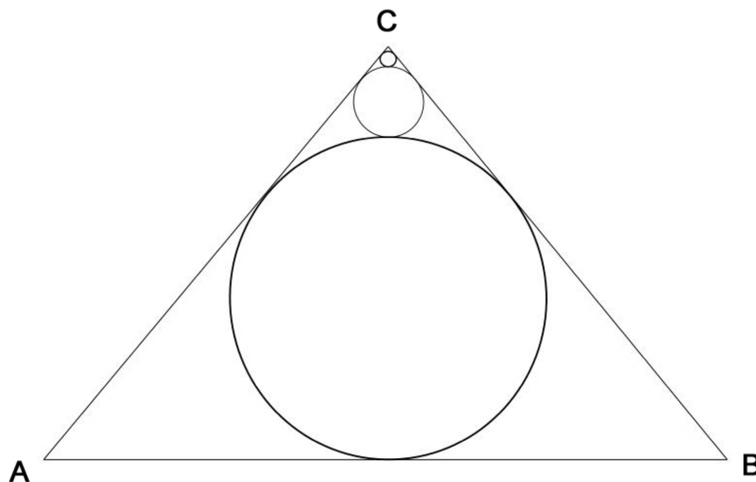
INDOVINELLO 9
"La convergenza dei cerchi in un quadrato"

Qual'è l'area % ricoperta dal cerchio inscritto nel quadrato di lato $\overline{AB} = 2 \cdot r$, e dagli infiniti cerchi che convergono nei quattro vertici del A, B, C e D?



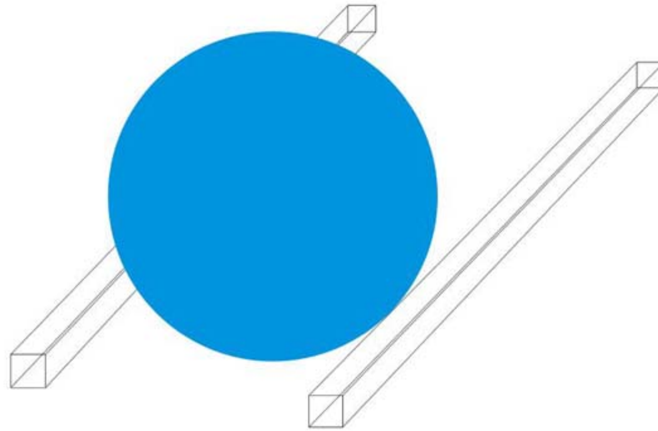
INDOVINELLO 10
"La convergenza dei cerchi in un triangolo isoscele"

Qual'è l'area % ricoperta dai cerchi inscritti nel triangolo isoscele, in cui è noto un lato ($\overline{AB} = \ell$) e un angolo ($\widehat{ACB} = \alpha$), che convergono nel vertice C?



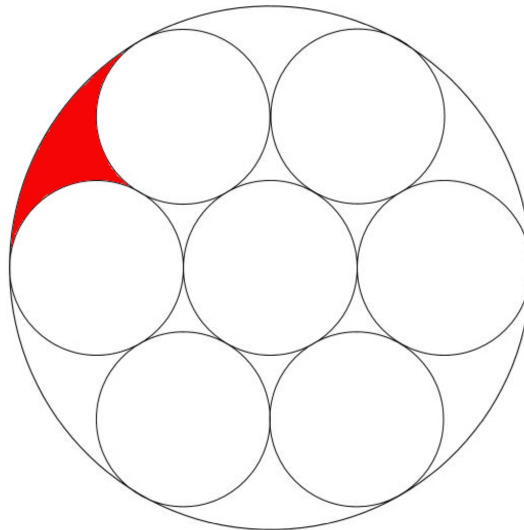
INDOVINELLO 11
"Rotolando sui binari"

Due binari distano tra loro di una grandezza nota e costante k. Se una biglia perfettamente sferica di diametro d (è ovvia la condizione $d > k$), poggiata su questi binari, rotolando senza strisciare (è ipotizzata la presenza del solo attrito statico, mentre il coefficiente di attrito dinamico è dato nullo) compie un giro completo su se stessa, quanto sarà avanzata lungo i binari?



INDOVINELLO 12
"L'area interstiziale"

Quanto misura l'area di colore rosso sapendo che le sette circonferenze, contenute nella circonferenza più grande di diametro d, sono tutte uguali?



INDOVINELLO 13
"Le ruote del treno"
(tratto dalla rivista "Focus" n° 93 del Luglio 2000 a pagina 175)

Un treno percorre 84,78 Km in 45 minuti a velocità costante. Se le ruote dei vagoni hanno il diametro di un metro, quanti giri al secondo compie ogni ruota e quanti giri compie in tutto?

INDOVINELLO 14
"Gara tra solidi"

I soliti quattro amici, Matteo, Marco, Luca e Giovanni decidono di fare una gara che consiste nel far rotolare in un piano inclinato, di angolo α (con $0 < \alpha < 90^\circ$) in cui è supposto l'attrito trascurabile (è ipotizzata la condizione di rotolamento puro), quattro solidi rigidi e omogenei di massa M :
1) un cilindro pieno di raggio R e altezza k
2) un guscio cilindrico di raggio R e altezza k (tubo di spessore sottile e trascurabile)
3) una sfera piena di raggio R
4) un guscio sferico di raggio R (sfera cava dallo spessore sottile e trascurabile)

Ciascuno dei quattro amici sceglierà un solido tra questi (come indicato nella tabella sottostante), e vince la gara colui che ha il solido che per primo giungerà in fondo al piano inclinato.

concorrente	*solido scelto*
Luca	cilindro pieno
Marco	guscio cilindrico
Matteo	sfera piena
Giovanni	guscio sferico

Questi solidi, se lasciati rotolare contemporaneamente dalla stessa altezza h giungeranno alla fine del piano inclinato tutti nello stesso istante o in tempi diversi? Nel caso si verifichi la seconda ipotesi, chi vincerà la gara?

INDOVINELLO 15
"Il salvadanaio"
(tratto dalla rivista "Focus" n° 111 del Gennaio 2002 a pagina 116)

Pino e Daniele sono due fratelli che hanno entrambi un salvadanaio. Lo rompono e ci trovano rispettivamente 20,80 € e 69,46 €. La mamma aggiunge di suo quanto ha nel borsellino in quel momento, dividendo esattamente la cifra in due. Curiosamente, dopo aver aggiunto i soldi regalati dalla mamma, Daniele si ritrova con una somma esattamente doppia di quella del fratello Pino. Quanto ha regalato loro la mamma?

INDOVINELLO 16
"Il giocatore d'azzardo"

Un incallito giocatore d'azzardo scommette 500 € in una corsa di cavalli ove raddoppia tutti i suoi soldi. Nella giocata successiva perde 500 €; non soddisfatto entra in una sala da gioco e riesce raddoppiare tutto il suo denaro. Dopo aver perso nuovamente 600 € si accorge di non aver più soldi nel portafogli. Quanti soldi aveva inizialmente il giocatore?

INDOVINELLO 17
"Una pigna per una pallottola"

Da una altezza di 1,70 m un cacciatore spara un proiettile col suo fucile in direzione perfettamente orizzontale. Nel medesimo istante in cui la pallottola fuoriesce dalla canna del fucile alla velocità di 500 m/s, una pigna si stacca da un ramo dalla stessa altezza del fucile (1,70 m). Ipotizzando trascurabile l'attrito con l'aria in entrambi i casi, chi per prima tra la pallottola e la pigna raggiunge il suolo? Quanto sarà lunga la traiettoria (curva) percorsa dalla pallottola?

INDOVINELLO 18
"L'arcipelago di Fantasilandia"

Nell'arcipelago di Fantasilandia ci sono quattro isole e sono molto belle. Queste quattro isole sono un pò particolari; infatti hanno tutte la medesima superficie, e, la prima isola è di forma perfettamente circolare, la seconda è di forma quadrata, la terza è di forma esagonale e l'ultima è un triangolo equilatero. Tutte e quattro le isole sono in vendita. Un imprenditore vuole acquistare una di queste quattro isole perché vuole costruirci alberghi e altre strutture turistiche lungo la costa, così vuole scegliere l'isola che ha il maggior numero di Km di costa. Se fossi l'imprenditore, quale delle quattro isole dovresti scegliere?

INDOVINELLO 19
"L'universo di Fantasilandia"

Nell' universo di Fantasilandia ci sono molti pianeti. Questi pianeti sono un pò particolari perché hanno la forma di perfetti solidi geometrici e poi hanno tutti il medesimo volume.
Per sfamare la popolazione dell'intera galassia, il Consiglio Intergalattico ha deciso di "sacrificare" un pianeta dell'universo di Fantasilandia dedicando il 100% della sua superficie all'agricoltura. Ora rimane da determinare quale pianeta sia più conveniente a essere dedicato completamente all'agricoltura, e quindi abbia la superficie maggiore.
La scelta ricade tra i pianeti dalle seguenti forme:
1) Sfera
2) Cubo
3) Parallelepipedo formato da due cubi adiacenti
4) Cono equilatero
5) Cilindro equilatero
6) Tetraedro regolare
7) Esaedro regolare
8) Ottaedro regolare
9) Dodecaedro regolare
10) Icosaedro regolare

Se fossi il Consiglio Intergalattico, quale tra questi pianeti sceglieresti?

INDOVINELLO 20
"Il filo per stendere i panni"

Una casalinga deve mettere il filo per stendere i panni. Il filo poggerà in due pali alla stessa altezza di 2 m, distanziati a loro volta di 5 m. Poiché la casalinga vuole evitare di doversi inchinare quando passa sotto il filo, decide che il punto più basso (rispetto al suolo) del filo, corrisponda alla sua altezza che è 1,6 m.
Affinché si verifichi ciò, quanto dovrà essere lungo il filo per stendere i panni?

INDOVINELLO 21
“A Paola piacciono le ciliegie”
(tratto dalla rivista “Quark” n° 41 del Giugno 2004 a pagina 154)

A Paola piacciono le ciliegie sotto spirito delle quali è così golosa che non sa proprio trattenersi. Un giorno le viene regalato un vaso di ciliegie preparato secondo una ricetta antica e sono talmente buone che il primo giorno ne mangia un terzo del totale, il secondo giorno un quarto del totale iniziale, il terzo giorno un quinto del totale. Al quarto giorno il vaso è calato in modo preoccupante e rimangono solo 13 ciliegie. Quante ciliegie vi erano all’inizio nel vaso? Quante ne ha mangiato in tutto Paola?

INDOVINELLO 22
“Somma e prodotto uguali”

Esistono due numeri reali diversi tra di loro e non nulli, tali che hanno somma e prodotto uguali? Se si dire quali.

INDOVINELLO 23
“Il figliol prodigo”

Un giovanotto ha ricevuto 1024 € in regalo. Ogni giorno spende metà di quello che possiede (approssimato all’Euro).
Dopo quanti giorni rimarrà senza neanche un Euro?

INDOVINELLO 24
“L’asino e il mulo”

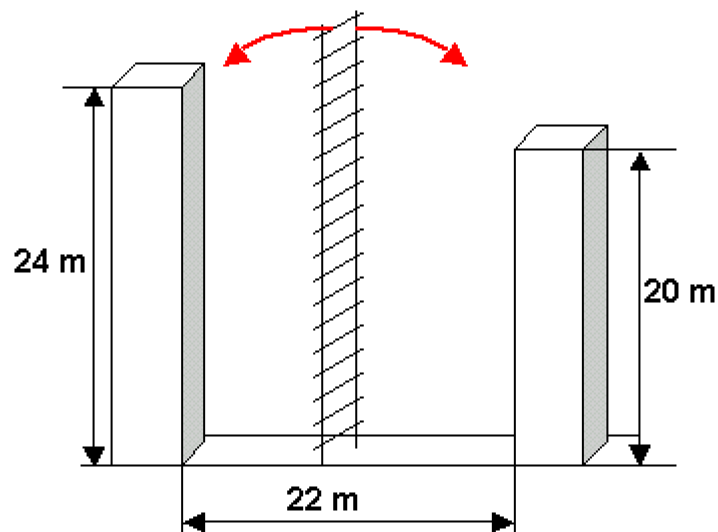
Un asino e un mulo viaggiavano assieme, portando un carico di sacchi di grano (o otri di vino). L’asino si lamentava per il carico eccessivo.
Il mulo gli disse: “Di che cosa ti lamenti? Se tu mi dessi uno soltanto dei tuoi sacchi, io ne avrei il doppio di te. Ma se io ti dessi uno dei miei sacchi, ne avremmo tanti uguali.”
Dimmi, o sapiente lettore, quanti sacchi portava l'asino e quanti il mulo?
(Dall'Antologia Greca, Epigrammi raccolti da Metrodoro)

INDOVINELLO 25
“Alice e Roberto”

Alice e Roberto stavano confrontando le loro pile di monete.
Alice disse: “Se tu mi dessi un certo numero di monete della tua pila, allora io avrei il sestuplo delle tue monete. Se invece io ti dessi lo stesso numero di monete tu ne avresti 1/3 delle mie.”
Qual è il più piccolo numero di monete che Alice potrebbe avere?
(David Singmaster, The Skoliad Corner of December 2001, Maritime Mathematics Contest 2001)

INDOVINELLO 26
"La scala fra due torri"

Due torri sono alte rispettivamente 20 m e 24 m, e distano 22 m l'una dall'altra.
In quale punto del suolo deve essere posata una scala in modo che, appoggiata all'una o all'altra torre, ne raggiunga esattamente la cima? Quanto deve essere alta la scala?



INDOVINELLO 27
"Le due torri e la fonte"

Due torri alte rispettivamente 90 braccia e 80 braccia distano 100 braccia fra loro.
Fra le due torri si trova una fonte in un luogo tale che se due uccelli uguali partissero contemporaneamente dalle cime delle due torri arriverebbero a bere alla fonte nello stesso istante. Chiedo, quanto dista la fonte da ciascuna torre? (si suppone che gli uccelli volino alla stessa velocità)
(Gaspar Nicolas, Prática D'aritmética, 1519)

INDOVINELLO 28
"Se tu mi dai una mano…"

C'è da tosare l'erba di un prato.
Il padre dice al figlio: "Se mi aiuti per 8 minuti, riuscirò a tosare il prato in 20 minuti."
Il figlio risponde: "Se mi aiuti per 10 minuti, riuscirò a tosare il prato in 15 minuti."
Quanto tempo impiega ciascuno di essi a tosare il prato da solo?
(Chuquet, 1484)

INDOVINELLO 29
"Un leone, un leopardo e un ghepardo"

Un leone, un leopardo e un ghepardo hanno catturato una zebra e la stanno mangiando assieme. Il leone da solo impiega 4 ore per mangiare una zebra, il leopardo impiega 5 ore e il ghepardo 6 ore. Quanto impiegheranno, assieme, a mangiare la loro preda?
(Fibonacci, 1202)

INDOVINELLO 30
“L’eredità dei 35 cammelli”

Uno sceicco lascia in eredità 35 cammelli ai suoi tre figli.
L'eredità dovrà essere divisa in parti direttamente proporzionali a 1/2, 1/3 e 1/9, senza uccidere animali. Il notaio, inoltre, dovrà ricevere un cammello come ricompensa per il suo lavoro di esecutore testamentario. Come andranno divisi i cammelli?
(Richard A. Proctor, 1886)

INDOVINELLO 31
“Il cavallo stanco”

Un cavallo ha percorso 700 Km in 7 giorni, dimezzando la sua velocità ogni giorno.
Quanti Km ha percorso in ognuno dei 7 giorni?
(Zhang Qiujian Suan Jing)

INDOVINELLO 32
“Dilapidare la ricchezza”

Un uomo possiede inizialmente 1.000.000 € e spende ogni giorno 1/10 di ciò che possiede. Con quanti soldi rimane dopo 12 giorni? Quanto ha speso durante i 12 giorni?
(Fibonacci. 1202)

INDOVINELLO 33
“Un filo intorno alla terra”

Supponiamo la terra perfettamente sferica di circonferenza 40.000 Km, e un filo della stessa lunghezza che le giri tutto attorno all’Equatore. Tagliamo il filo, aggiungiamogliene un metro, riannodiamo il tutto e lasciamo il nuovo anello a distanza costante dalla superficie. Può un gatto passare tra il filo e la terra?

INDOVINELLO 34
“Se io avessi venduto tante uova come te…”

Due donne ovivendole, Alda e Berta, vanno al mercato e portano una determinata quantità di uova per ciascuna; inoltre la somma delle uova che hanno portato le due ovivendole è di 100.
Alda vende le sue uova al prezzo a un determinato prezzo cadauna, mentre Berta le vende a un altro prezzo cadauna.
Dalla vendita di tutte le uova, le due donne ricavano la stessa cifra.
Però Alda dice a Berta:
“Se avessi venduto tante uova come te, al mio prezzo, avrei ricavato 18 €.”
Berta risponde:
“Se avessi venduto tante uova come te, al mio prezzo, avrei ricavato solo 8 €.”
Quante uova ha venduto Alda e quante Berta? Quanto costavano cadauna le uova di Alda e Berta?
(Simpson, Algebra - 1745)

INDOVINELLO 35
"Se io avessi venduto tante uova come te… - Parte II"

Due donne ovivendole, Alda e Berta, vanno al mercato e portano una determinata quantità di uova per ciascuna; inoltre la somma delle uova che hanno portato le due ovivendole è un dato numero.
Alda vende le sue uova a un determinato prezzo cadauna, mentre Berta le vende a un'altro prezzo cadauna.
Dalla vendita di tutte le uova, le due donne ricavano la stessa cifra.
Però Alda dice a Berta:
"Se avessi venduto tante uova come te, al mio prezzo, avrei ricavato una bella cifra!"
Berta risponde:
"Se avessi venduto tante uova come te, al mio prezzo, avrei ricavato meno di te."
Esprimere il guadagno totale delle uova vendute da Alda e Berta in funzione delle due somme ricavate dalle ipotetiche vendite delle uova di Berta al prezzo delle uova di Alda e viceversa. In quale direzione, rispetto alle due variabili matematiche rappresentate dai guadagni ipotetici delle vendite delle uova di Berta al prezzo delle uova di Alda e viceversa, aumenta più rapidamente il guadagno totale delle uova vendute da Alda e Berta? Con quale rapidità aumenta in tale direzione?
(variante dell'indovinello n°34 di Simpson, Algebra del 1745, proposta dall'autore de "La matematica degli indovinelli")

INDOVINELLO 36
"Rompicapo bovino"

Due allevatori, Aldo e Baldo, comprano rispettivamente una determinata quantità di mucche ciascuno, pagandole però lo stesso prezzo, cioè 350 euro.
Se Aldo avesse comprato al prezzo pagato da Baldo, avrebbe speso 250 euro.
Quanto avrebbe pagato Baldo se avesse comprato al prezzo di Aldo?
(McKay, At Home Tonight. 1940)

INDOVINELLO 37
"Il viaggiatore"

Un uomo percorre 1, 3, 9, ... Km in giorni successivi.
Continuando a questo ritmo, quanti Km percorrerà in 5 giorni e mezzo?
(Chuquet, 1484)

INDOVINELLO 38
"Il viaggiatore – Parte II"

Un uomo percorre 1, 3, 9, ... Km in giorni successivi.
Continuando a questo ritmo, quanti giorni impiegherà per fare il giro completo intorno alla Terra? Ipotizzando che mantenga una velocità costante, quanto tempo impiegherà per fare il giro della Terra?
Si ricorda che un giro completo della Terra è pari a 40.000 Km.
(variante dell'indovinello n°37 di Chuquet, proposta dall'autore de "La matematica degli indovinelli")

INDOVINELLO 39
“Cin Cin”

In una tavolata di dieci persone quanti cin cin vengono fatti se ognuno lo fa con ciascun altro una sola volta?

INDOVINELLO 40
“Una gallina e mezza”

Se una gallina e mezzo fa un uovo e mezzo in un giorno e mezzo, quante uova farà una gallina in sei giorni?

INDOVINELLO 41
“Dieci sacchetti da dieci monete”

Ho dieci sacchetti contenenti ciascuno dieci monete; in uno di questi sono contenute monete di peso 0,1 g ciascuna, nei rimanenti nove sono contenute monete di 1 g ciascuna.
Come posso individuare con una bilancia ad un solo piatto, con una sola pesata e senza l'aiuto di altri fattori in quale sacchetto sono contenute le monete che pesano di meno?

INDOVINELLO 42
“Traversate transatlantiche”
(tratto dalla rivista “L’educazione matematica” n° 3 – Ottobre 2003, anno XXIV – serie VII – vol.1, pagina 25)

Si supponga che ogni giorno a mezzogiorno, un transatlantico parta da Le Havre per New York, e che nello stesso tempo un transatlantico della stessa compagnia parta da New York per Le Havre. La traversata si effettua esattamente in sette giorni, sia in un senso che nell’altro. Il transatlantico che parte oggi a mezzogiorno da Le Havre quante navi della stessa compagnia che effettuano il percorso in senso inverso incontrerà?
(del matematico Edouard Lucas e pubblicato da Laisant nel 1909)

INDOVINELLO 43
“Tre rubinetti”

Abbiamo tre rubinetti. Il primo riempie una vasca in un certo tempo. Il secondo riempie la vasca in metà tempo rispetto al primo. Il terzo riempie la vasca in un terzo del tempo rispetto al primo. I tre rubinetti, aperti assieme, riempiono la vasca in 2 minuti.
Quanto tempo impiega ciascun rubinetto singolarmente?

INDOVINELLO 44
“La botte che si svuota”

Una botte contiene una quantità di vino pari a 9,5 barili.
Il suo contenuto viene trasferito nei barili in modo tale che:
il primo barile si riempie in 1 ora;
il secondo barile si riempie in 2 ore;
il terzo barile si riempie in 4 ore;
e così via, raddoppiando ogni volta il tempo.
Quanto tempo è necessario per svuotare la botte?
(Chuquet, 1484)

INDOVINELLO 45
“Gli ebrei in Egitto”

Si parte con 210 persone. Ogni 25 anni, la popolazione triplica. Quante persone ci saranno dopo 225 anni?
(Ozanam, 1778)

INDOVINELLO 46
“Adamo ed Eva”

Si parte con una coppia: Adamo ed Eva. Supponiamo che la popolazione umana raddoppi ogni 20 anni. La bibbia ci dice che Adamo visse 900 anni. Quanti nipoti, pronipoti, etc. poté vedere Adamo circa alla metà della sua vita, cioè quando aveva 500 anni? Si tenga presente che Adamo ebbe il primo figlio a 100 anni.
(Ozanam, 1778)

INDOVINELLO 47
“La lumaca”

Una lumaca si arrampica lungo la parete di un pozzo umido, buio e profondo 5 m. Ogni giorno sale di 3 m ed ogni notte, mentre dorme, scivola verso il basso di 2 m. Dopo quanti giorni la lumaca potrà uscire dal pozzo?

INDOVINELLO 48
“Quanto pesano i ragazzi?”

Aldo, Baldo, Carlo, Diego e Franco pesano assieme 213 kg.
Aldo e Baldo pesano assieme 78 kg
Aldo e Carlo pesano assieme 84 kg
Aldo e Diego pesano assieme 67 kg
Aldo e Franco pesano assieme 89 kg
Quanto pesa ciascuno di essi?

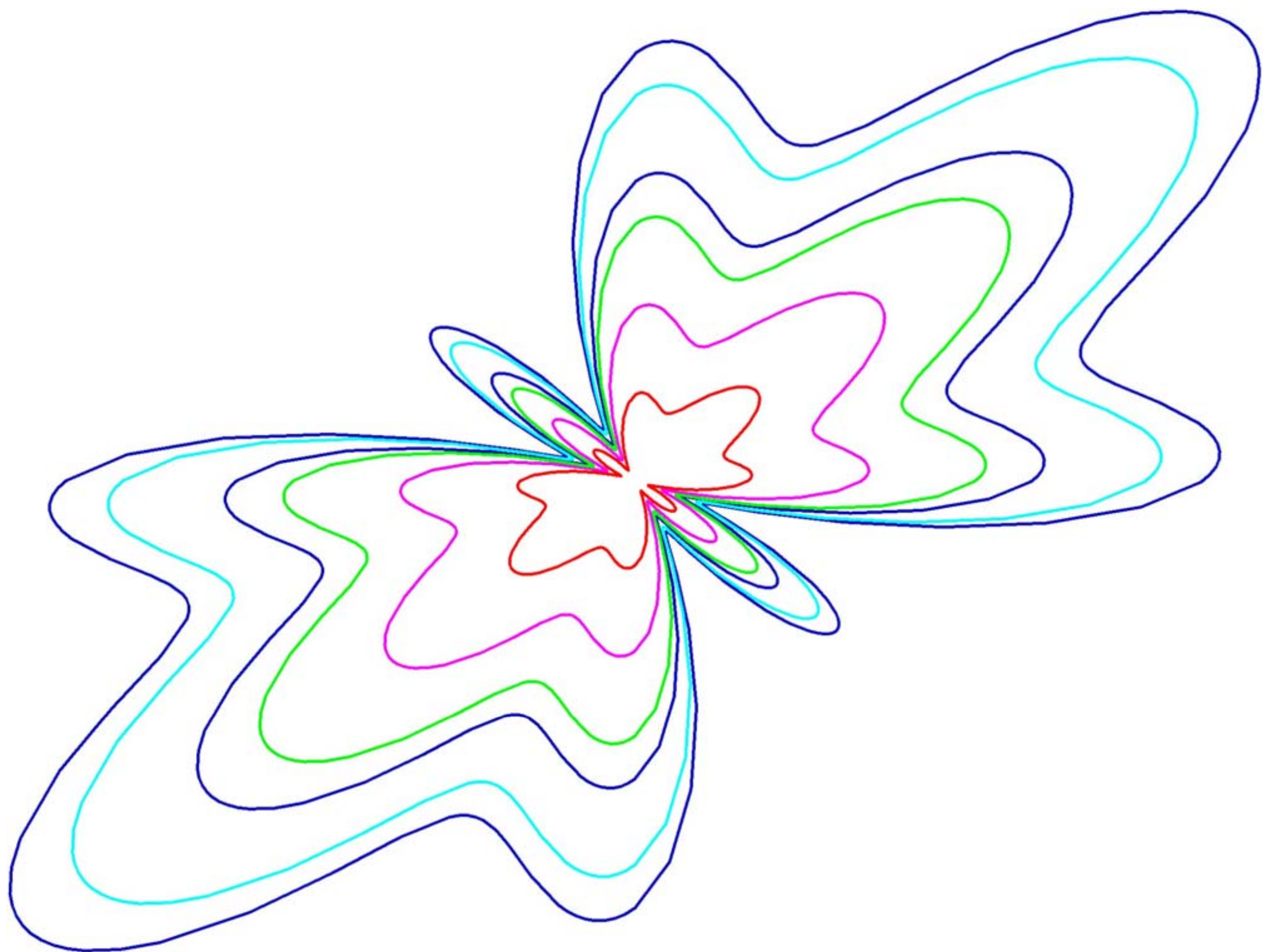
INDOVINELLO 49
"L'oste disonesto e recidivo"

Un oste disonesto e ubriacone beve 6 litri di vino da un barile che ne contiene 360 litri e li sostituisce con acqua, in modo che nessuno si accorga del prelievo. Dopo una settimana ripete la malefatta. Dopo un'altra settimana la ripete di nuovo. Quanto vino ha bevuto l'oste disonesto?
(Les Amusemens. 1749)

INDOVINELLO 50
"La scimmia e le noci di cocco"

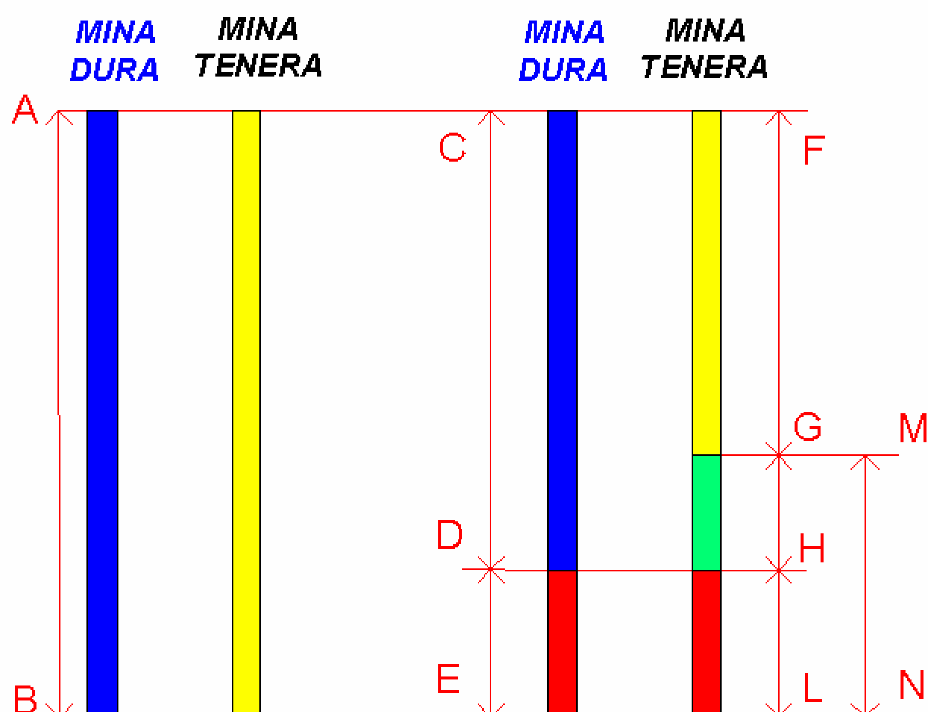
Cinque marinai naufragano su un'isola semideserta (semi-, perché c'è una scimmia).
Durante la giornata raccolgono un mucchio di noci di cocco, per dividersele tra di loro il giorno dopo. Durante la notte, però, uno si sveglia e decide di prendersi la sua parte in anticipo: fa cinque mucchi uguali, vede che avanza una noce, la dà alla scimmia e nasconde la sua parte. Il secondo marinaio si sveglia poco dopo, va al mucchio (più piccolo) e fa esattamente la stessa cosa: anche stavolta rimane una noce per la scimmia.
Lo stesso fanno a turno gli altri tre: tutte le volte avanza una noce per la scimmia.
Il mattino dopo, tutti vedono che il mucchio è più piccolo, ma avendo la coscienza sporca stanno zitti. Fanno la divisione, e di nuovo avanza una noce data alla scimmia.
Qual'è il numero minimo di noci che i marinai avevano raccolto?
Nota storica:
Questo problema è stato pubblicato (per la prima volta?) da Ben Ames Williams in "The Saturday Evening Post" nel 1926 e più recentemente ripreso da Martin Gardner nel libro Enigmi e giochi matematici 2°.

LE SOLUZIONI



INDOVINELLO 1

"L'artista e la sua matita"



SEGMENTO	VALORE	LEGENDA
AB	$\lambda = \lambda_D = \lambda_T$	Lunghezza iniziale delle matite: è la medesima sia per quella dura λ_D sia per quella tenera λ_T
CD	λ'_D	Lunghezza finale (dopo aver finito il disegno) della matita con la mina dura
DE	x	Lunghezza di mina dura consumata
FG	λ'_T	Lunghezza finale (dopo aver finito il disegno) della matita con la mina tenera
GH	$\lambda'_D - \lambda'_T$	Differenza di lunghezza tra la matita dura e tenera dopo aver finito il disegno
HL	$\lambda - \lambda'_D$	Differenza tra la lunghezza iniziale delle matite e la lunghezza della matita dura dopo aver finito il disegno
MN	$\lambda - \lambda'_T$	Differenza tra la lunghezza iniziale delle matite e la lunghezza della matita tenera dopo aver finito il disegno

Considerazioni preliminari:

$$\begin{cases} \lambda = \lambda_D = \lambda_T \\ \lambda > \lambda'_D \\ \lambda > \lambda'_T \\ \overline{DE} = \overline{HL} = \lambda - \lambda_D' = x \end{cases}$$

1ª condizione fornita dal problema:

$$\lambda_T' = \frac{\lambda_D'}{2} + 1$$

implicazioni alla 1° condizione:

$$\overline{GH} = \lambda_D' - \lambda_T' \Rightarrow \frac{\lambda_D'}{2} - 1$$

$$\lambda_D' > \lambda_T'$$

$$\frac{\lambda_D'}{2} - 1 > 0 \Rightarrow \lambda_D' > \frac{1}{2}$$

2ª condizione fornita dal problema:

$$(\lambda - \lambda_D') + (\lambda - \lambda_T') = \lambda_T'$$

sistema risolutivo:

$$\begin{cases} \lambda_T' = \frac{\lambda_D'}{2} + 1 \\ \lambda = \lambda_D' + x \\ (\lambda - \lambda_D') + (\lambda - \lambda_T') = \lambda_T' \end{cases}$$

inserendo i valori della 1ª e 2ª equazione nella 3ª si ottiene una sola equazione di 1° grado in cui λ_D' si elide:

$$\left(\cancel{\lambda_D'} + x - \cancel{\lambda_D'}\right) + \left(\cancel{\lambda_D'} + x - \left(\frac{\cancel{\lambda_D'}}{\cancel{2}} + 1\right)\right) = \frac{\cancel{\lambda_D'}}{\cancel{2}} + 1$$

diventando:

$$2 \cdot x - 1 = 1$$

risultato finale:

$$x = 1$$

La mina dura consumata dall'artista sarà pari a 1 cm.

INDOVINELLO 2

"La pesca alle trote"

x Numero di trote pescate da Matteo
y Numero di trote pescate da Marco
z Numero di trote pescate da Luca
t Numero di trote pescate da Giovanni
Q Numero totale di trote pescate dai quattro concorrenti

considerazioni preliminari:

$$x+y+z+t=Q \Rightarrow x+y+t-Q=z$$

$$Q>y>x>t>z$$

condizioni fornite dall'indovinello:

$$y=\frac{Q}{2}+\frac{1}{2}$$

$$x=Q-y+\frac{1}{2}$$

$$t=Q-y-x+\frac{1}{2}$$

$$z=12$$

Le incognite da calcolare sono x, y, t e Q; per cui, per determinarle sono necessarie 4 equazioni tra loro linearmente indipendenti.
Tali equazioni sono date dalle prime tre condizioni fornite dall'indovinello, mentre la quarta condizione è ottenuta dall'esplicitazione del termine noto z nella considerazione preliminare in cui Q è la somma delle trote pescate dai quattro concorrenti.
Il sistema risolutivo è quindi il seguente:

$$\begin{cases} y=\dfrac{Q}{2}+\dfrac{1}{2} \\ x=Q-y+\dfrac{1}{2} \\ t=Q-y-x+\dfrac{1}{2} \\ x+y+t-Q=12 \end{cases}$$

Per verificare se il sistema sia risolvibile, è necessario calcolare il determinante della matrice del sistema stesso, e appurare che non sia nullo:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \frac{1}{8} \neq 0$$

Il calcolo del determinante ci assicura che il sistema fornirà una “soluzione utile”, poiché è diverso da zero e quindi il rango della matrice è massimo e uguale a 4 (il numero delle righe della matrice).
Impostato il sistema in forma matriciale, per una rapida soluzione al calcolatore, si ha:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ t \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -12 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 8 & -8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26 \\ 52 \\ 13 \\ 103 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x = 26 \\ y = 52 \\ t = 13 \\ Q = 103 \end{cases}$$

Quindi Marco, il primo classificato, ha pescato 52 trote, Matteo (secondo classificato) ha pescato 26 trote, Giovanni (terzo classificato) ha pescato 13 trote, mentre Luca, ultimo classificato, ha pescato 12 trote.
Il totale di trote pescate dai quattro concorrenti è 103.

INDOVINELLO 3

"Tre amici all'enoteca"

x_1	bottiglia 1	costo: 11 €
x_2	bottiglia 2	costo: 19 €
x_3	bottiglia 3	costo: 22 €
x_4	bottiglia 4	costo: 28 €
x_5	bottiglia 5	costo: 50 €
x_6	bottiglia 6	costo: 59 €
x_7	bottiglia 7	costo: 67 €
x	bottiglia scelta 3 volte	
$\sum_{n=1}^{7} x_n$	somma totale del costo delle 7 bottiglie	

L'equazione risolutiva è data dall'espressione:

$$2 \cdot x + \sum_{n=1}^{7} x_n = 300$$

da cui si esplicita l'incognita x:

$$x = \frac{300 - \sum_{n=1}^{7} x_n}{2}$$

quindi, sostituendo i costi di ciascuna bottiglia:

$$x = \frac{300 - (11 + 19 + 22 + 28 + 50 + 59 + 67)}{2}$$

si ottiene il valore dell'incognita x:

$$x = 22$$

Per cui la bottiglia scelta tre volte è la bottiglia che costa 22 €, cioè la bottiglia numero 3.

INDOVINELLO 4

"Le camere di un ospedale"

LOCALE n	*NUMERO LETTI* x_n
1	x_1
2	x_2
3	x_3
4	x_4
5	x_5
6	x_6
7	x_7
8	x_8
9	x_9
10	x_{10}

1ª condizione imposta dall'indovinello:

$x_2 = 0$

2ª condizione imposta dall'indovinello:

$2 \le x_n \le 5$

3ª condizione imposta dall'indovinello:

$\frac{n}{x_n} \in \mathbb{N}$ con $\mathbb{N}$ l'insieme dei numeri naturali

4ª condizione imposta dall'indovinello:

$\sum_{n=2}^{5} x_{2 \cdot n} = 1 + \sum_{n=1}^{5} x_{2 \cdot n - 1}$

Considerazioni:

$18 \le \sum_{n=1}^{10} x_n \le 45$

Infatti 18 rappresenta il numero minimo della somma dei letti di tutti i locali (ovviamente 2 letti per locale moltiplicato per i 9 locali); 45 rappresenta il numero massimo della somma dei letti di tutti i locali (ovviamente 5 letti per locale moltiplicato per i 9 locali).

LEGENDA	
$\sum_{n=1}^{10} x_n$	Somma totale dei letti dell'ospedale
$\sum_{n=2}^{5} x_{2 \cdot n}$	Somma totale dei letti dei locali pari
$\sum_{n=1}^{5} x_{2 \cdot n - 1}$	Somma totale dei letti dei locali dispari

Gli unici due locali in cui la terza condizione non è rispettata, diventando:

$\frac{n}{x_n} \notin \mathbb{N}$

sono $n = 1$ $n = 7$

Infatti sono numeri primi, quindi divisibili solo per 1 o per se stessi, ma al contrario di 2,3,5 non hanno il numero della stanza compreso nella seconda condizione, quindi il rapporto per $n = 1$ $n = 7$

Diventa:

$\frac{n}{x_n} \in \mathbb{Q}$ con $\mathbb{Q}$ l'insieme dei numeri razionali

I locali di numero dispari e con il rapporto che rispetta:

$$\frac{n}{x_n} \in \mathbb{N}$$

sono: $n=3 \;\; n=5 \;\; n=9$

Affinché il rapporto tra il numero di queste tre stanze e il loro rispettivo numero di letti, compreso tra 2 e 5, fornisca un numero intero, si avrà:

$$\begin{cases} n=3 \Rightarrow x_3=3 \quad \text{perchè } \frac{3}{3}=1 \\ n=5 \Rightarrow x_5=5 \quad \text{perchè } \frac{5}{5}=1 \\ n=9 \Rightarrow x_9=3 \quad \text{perchè } \frac{9}{3}=3 \end{cases}$$

Nei locali pari:

$$\begin{cases} n=4 \Rightarrow x_4=2;4 \quad \text{perchè } \frac{4}{2}=2 \quad \text{e} \quad \frac{4}{4}=1 \\ n=6 \Rightarrow x_6=2;3 \quad \text{perchè } \frac{6}{2}=3 \quad \text{e} \quad \frac{6}{3}=2 \\ n=8 \Rightarrow x_8=2;4 \quad \text{perchè } \frac{8}{2}=4 \quad \text{e} \quad \frac{8}{4}=2 \\ n=10 \Rightarrow x_{10}=2;5 \quad \text{perchè } \frac{10}{2}=5 \quad \text{e} \quad \frac{10}{5}=2 \end{cases}$$

Quindi vi sono due possibili numeri di letti per ognuno dei quattro locali pari:

LOCALE n	*NUMERO LETTI* x_n	*LOCALE* n	*NUMERO LETTI* x_n
1	x_1	6	2 ; 3
2	0	7	x_7
3	3	8	2 ; 4
4	2 ; 4	9	3
5	5	10	2 ; 5

Quelli segnati in rosso, sono gli unici locali di cui, per ora, si ha la certezza del numero dei letti. Applicando la quarta condizione:

$$x_4+x_6+x_8+x_{10}=x_1+x_3+x_5+x_7+x_9+1$$

sostituendo i rispettivi e possibili numeri dei letti, si ottiene l'equazione risolutiva:

$$2;4+2;3+2;4+2;5=x_1+3+5+x_7+3+1$$

quindi si deduce:

$$8 \le \sum_{n=2}^{5} x_{2\cdot n} \le 16$$

Per cui, il numero totale dei letti dei nove locali sarà compreso tra:

$$18 \le \sum_{n=1}^{10} x_n \le 31$$

sviluppando l'equazione risolutiva:

$$2;4+2;3+2;4+2;5=x_1+x_7+12$$

Siccome x_1 e x_7 devono avere almeno 2 letti ciascuno, e la somma minima dei letti dei locali dispari, considerando 2 letti per entrambi i locali incogniti, sarà:

$$1+\sum_{n=1}^{5} x_{2\cdot n-1}=16$$

quindi risolvendo l'equazione di sopra:

$$\sum_{n=1}^{5} x_{2\cdot n-1}=16-1=15$$

si ottiene che il numero totale dei letti dei locali dispari è 15.
Infatti il numero 16 corrisponde alla somma massima dei locali pari:

$$\sum_{n=2}^{5} x_{2\cdot n}=x_4+x_6+x_8+x_{10}=4+3+4+5=16$$

che verifica la quarta condizione:

$$\sum_{n=2}^{5} x_{2\cdot n}=1+\sum_{n=1}^{5} x_{2\cdot n-1}$$

allora il numero totale dei letti delle camere pari è 16.
Il numero totale dei letti dell'ospedale è uguale alla somma dei letti delle camere pari e delle camere dispari:

$$\sum_{n=1}^{10} x_n=\sum_{n=2}^{5} x_{2\cdot n}+\sum_{n=1}^{5} x_{2\cdot n-1}$$

che sviluppata:

$$\sum_{n=1}^{10} x_n=16+15=31$$

Il numero totale dei letti dell'ospedale è 31, e sono così distribuiti:

LOCALE n	*NUMERO LETTI* x_n	*LOCALE* n	*NUMERO LETTI* x_n
1	2	6	3
2	0	7	2
3	3	8	4
4	4	9	3
5	5	10	5

L'ospedale ha 31 posti letto!

INDOVINELLO 5

"L'età di Matteo e Sara"

x Età di Matteo
y Età di Sara

condizioni imposte dall'indovinello:

$$\begin{cases} x+3=2\cdot(y-3)\Rightarrow x-2\cdot y=-9 \\ 4\cdot x=5\cdot y\Rightarrow 4\cdot x-5\cdot y=0 \end{cases}$$

Per determinare l'età di Matteo e di Sara è sufficiente impostare un sistema lineare di equazioni utilizzando le due condizioni imposte nel testo dell'indovinello. Prima però è opportuno verificare se tale sistema ammette un'unica soluzione, e quindi se sia possibile determinare entrambe le età, per cui è necessario calcolare il determinante e constatare che sia di rango massimo, in altre parole, che non sia nullo:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = 3 \neq 0$$

come si può osservare il rango è massimo (cioè 2, quindi pari al numero di righe della matrice) perché il determinante è diverso da zero. Le età di Matteo e Sara sono quindi determinabili, e per calcolarle è utile impostare, per il sistema risolutivo, la matrice inversa.

sistema risolutivo:

$$\begin{cases} x-2\cdot y=-9 \\ 4\cdot x-5\cdot y=0 \end{cases}$$

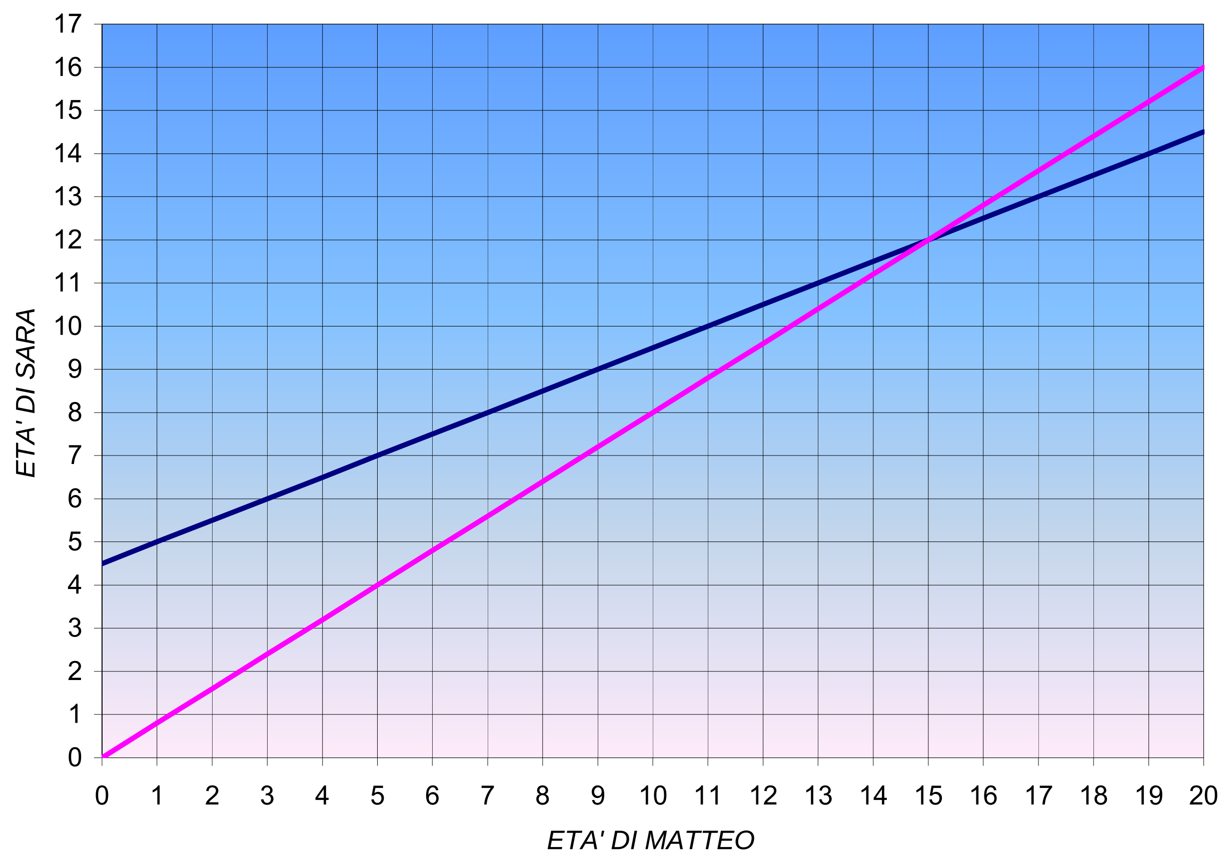
risoluzione del sistema:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -9 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\cdot\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} -9 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Da cui si ottiene che Matteo ha 15 anni, mentre Sara ha 12 anni.
Esplicitando l'incognita y in entrambe le equazioni del sistema risolutivo, si può dare una interpretazione geometrica all'indovinello, infatti si ottengono due rette la cui intersezione fornisce il valore dell'incognita x e y:

$$\begin{cases} y=\dfrac{x+9}{2} \\ y=\dfrac{4}{5}\cdot x \end{cases}$$

INTERPRETAZIONE GEOMETRICA



La retta di colore fucsia è la rappresentazione grafica dell'equazione:

$$y = \frac{4}{5} \cdot x$$

La retta di colore blu è la rappresentazione grafica dell'equazione:

$$y = \frac{x+9}{2}$$

L'intersezione tra le due rette è la soluzione dell'indovinello, infatti mostra nell'asse delle ascisse (x), che rappresenta l'età di Matteo, il valore corrispondente 15 (anni), mentre nell'asse delle ordinate (y), che rappresenta invece l'età di Sara, il valore che corrisponde al punto di intersezione è 12 (anni).

INDOVINELLO 6

"Uno strano parcheggiatore"

Il parcheggiatore vorrà essere corrisposto con un costo che si dimezza continuamente allo scandire delle ore, quindi si ottiene una successione di questo tipo:

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, ..., \frac{1}{2^n}$$

essa rappresenta una serie geometrica:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a \cdot r^{n-1}$$

in cui a è una costante, r è la ragione ed n il termine ennesimo.

In questo caso $a = 1$ e $r = 1/2$.

Le serie geometriche, quando $-1 < r < 1$, convergono sempre e quindi forniscono una somma finita anche nel caso di infiniti addendi (come nel caso analizzato), infatti:

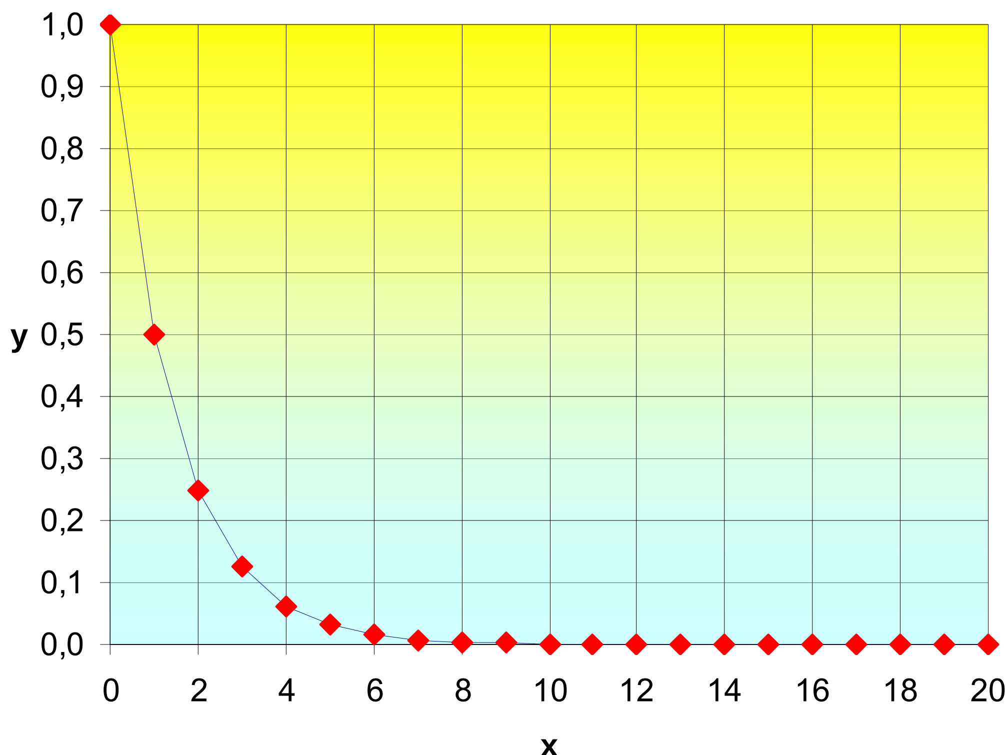
$$\sum_{n=1}^{\infty} a \cdot r^{n-1} = \frac{a}{1-r}$$

perciò, per calcolare il guadagno in un tempo infinito, si imposta la sommatoria:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2$$

la quale dimostra che il parcheggiatore è uno sprovveduto, perché anche dopo che è trascorsa una eternità (tempo infinto) avrà guadagnato solamente 2 euro!!

Rappresentazione grafica della serie geometrica in questione:



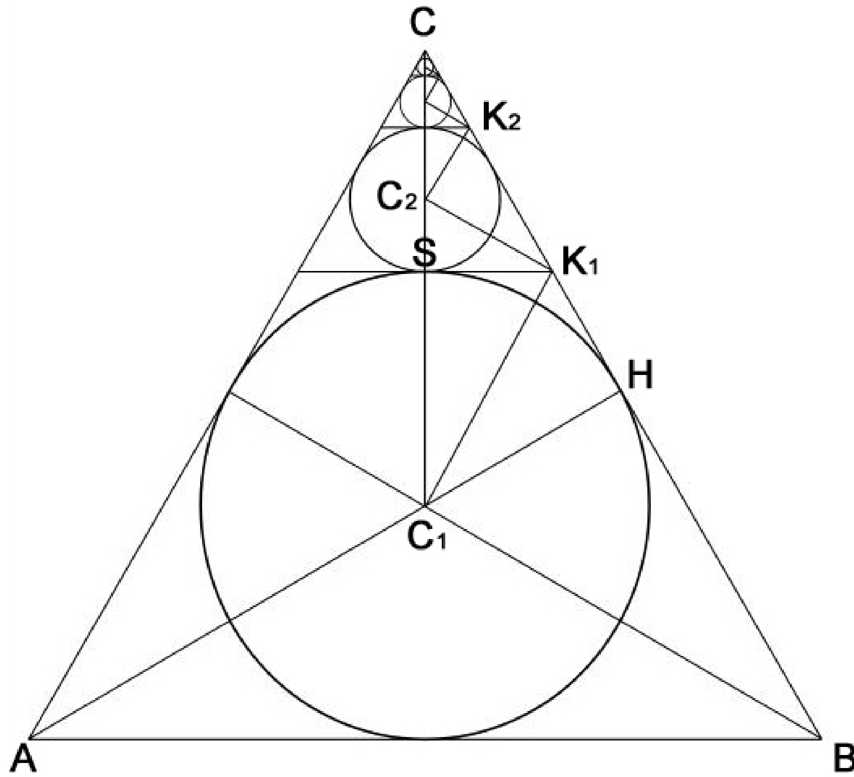
Da notarsi che la serie geometrica è limitata inferiormente dall'asse delle ascisse:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{2^n} = 0$$

INDOVINELLO 7

"La convergenza dei cerchi in un triangolo equilatero – parte 1"

La seguente costruzione geometrica aiuta a capire con quale tipo di andamento diminuiscono i raggi delle infinite circonferenze che convergono verso il vertice C del triangolo equilatero:



dati e considerazioni preliminari:

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = \ell$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{BCA} = \widehat{CAB} = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$$

$$\widehat{C_1BH} = \frac{\widehat{ABC}}{2} = \frac{\pi}{6} = 30^\circ = \widehat{K_1C_1S} = \widehat{C_2K_1S}$$

$$\Lambda_T = \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

Considerazioni geometriche per il calcolo dei raggi:

$$r_1 = \overline{C_1H} = \frac{\ell}{2}\cdot\tan\left(\widehat{C_1BH}\right) = \frac{\ell}{2}\cdot\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\ell\cdot\sqrt{3}}{6}$$

$$r_2 = \overline{C_1S}\cdot\tan\left(\widehat{K_1C_1S}\right)\cdot\tan\left(\widehat{C_2K_1S}\right) = r_1\cdot\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)^2 = \frac{\ell}{2}\cdot\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)^3 = \frac{\ell\cdot\sqrt{3}}{18}$$

$$r_3 = \frac{\ell}{2}\cdot\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)^5 = \frac{\ell\cdot\sqrt{3}}{54}$$

$$r_4 = \frac{\ell}{2}\cdot\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)^7 = \frac{\ell\cdot\sqrt{3}}{162}$$

....

$$r_n = \frac{\ell}{2}\cdot\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)^{2\cdot n+1} \quad \text{con} \quad n\in N$$

calcolo dell'area degli infiniti cerchi:

$$\Lambda_C = \pi\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{\ell}{2}\cdot\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)^{2\cdot n+1}\right)^2 = \pi\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{\ell^2\cdot 3^{-(2\cdot n+1)}}{4}\right) = \frac{\pi\cdot\ell^2}{4}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{3^{2\cdot n+1}}\right) = \frac{\pi\cdot\ell^2}{12}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^{2\cdot n}$$

poiché (essendo una serie geometrica):

$$\sum_{n=0}^{\infty} a\cdot r^{k\cdot n} = \frac{a}{1-r^k} \quad \text{o più in generale:} \quad \sum_{n=i}^{\infty} a\cdot r^{k\cdot n} = \frac{a\cdot r^{i\cdot k}}{1-r^k}$$

$$\text{con} \begin{cases} a\in\mathbb{R} \\ -1<r<1 \\ k>0 \end{cases}$$

$$\text{in questo caso} \begin{cases} a = \dfrac{\pi\cdot\ell^2}{12} \\ r = \dfrac{1}{3} \\ k = 2 \end{cases}$$

quindi, l'area occupata dagli infiniti cerchi è:

$$\Lambda_C = \frac{3\cdot\pi\cdot\ell^2}{32} \simeq 0,2946\cdot\ell^2$$

area % occupata dagli infiniti cerchi rispetto all'intero triangolo equilatero:

$$\Lambda_C\% = \frac{100\cdot\Lambda_C}{\Lambda_T} = \frac{100\cdot\dfrac{3\cdot\pi\cdot\ell^2}{32}}{\dfrac{\ell^2\cdot\sqrt{3}}{4}} = \frac{25\cdot\pi\cdot\sqrt{3}}{2} \simeq 68\%$$

INDOVINELLO 8

"La convergenza dei cerchi in un triangolo equilatero – parte 2"

Analogamente all'indovinello precedente (n° 7) si imposta la sommatoria per il calcolo dell'area degli infiniti cerchi:

$$\Lambda_C = \pi \cdot \left(r_1^2 + 3 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} r_{n+1}^2 \right) = \pi \cdot \left(\left(\frac{\ell}{2} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)^2 + 3 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\ell}{2} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{6}\right)^{2\cdot n+1} \right)^2 \right) = \pi \cdot \left(\frac{\ell^2}{12} + \frac{3 \cdot \ell^2}{12} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{2\cdot n} \right)$$

$$\Lambda_C = \frac{11 \cdot \pi \cdot \ell^2}{96} \simeq 0,3599 \cdot \ell^2$$

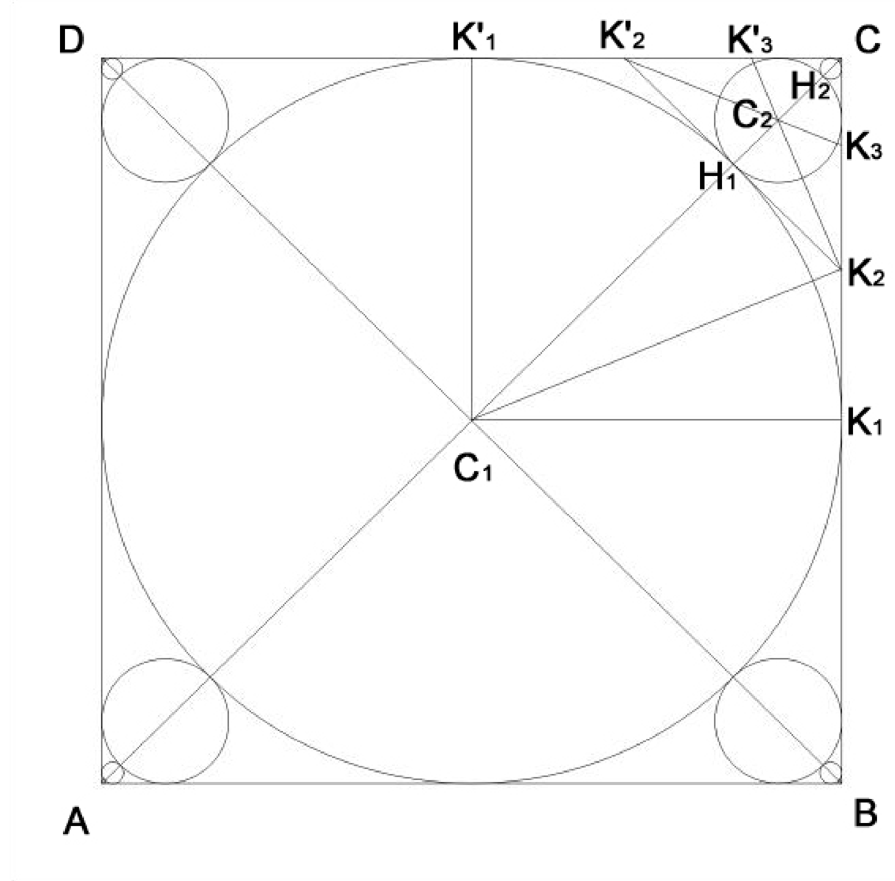
area % occupata dagli infiniti cerchi rispetto all'intero triangolo equilatero:

$$\Lambda_C \% = \frac{100 \cdot \Lambda_C}{\Lambda_T} = \frac{100 \cdot \frac{11 \cdot \pi \cdot \ell^2}{96}}{\frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}} = \frac{11 \cdot \pi \cdot \sqrt{3}}{72} \simeq 83\%$$

INDOVINELLO 9

"La convergenza dei cerchi in un quadrato"

Analogamente all'indovinello n°7 si adotta una costruzione geometrica per capire con quale andamento diminuiscono i raggi delle infinite circonferenze, inscritte nel quadrato, mentre convergono nei quattro vertici.



Dati e considerazioni preliminari:

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = 2 \cdot r$$

$$\widehat{K_1C_1H_1} = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

$$\frac{\widehat{K_1C_1H_1}}{2} = \widehat{K_1C_1K_2} = \widehat{K_2C_1H_1} = \widehat{H_1K_2C_2} = \frac{\pi}{8} = 22,5^\circ$$

$$\overline{K_1K_2} = \overline{H_1K_2} = \overline{C_1K_1} \cdot \tan \widehat{K_1C_1K_2} = r \cdot \tan \frac{\pi}{8} = r \cdot \left(\sqrt{2} - 1\right)$$

$$r_1 = \overline{C_2H_1} = \overline{H_1K_2} \cdot \tan \widehat{H_1K_2C_2} = r \cdot \left(\sqrt{2} - 1\right)^2$$

$$r_2 = r \cdot \left(\sqrt{2} - 1\right)^4$$

$$r_3 = r \cdot \left(\sqrt{2} - 1\right)^6$$

....

$$r_n = r \cdot \left(\sqrt{2} - 1\right)^{2 \cdot n}$$

area totale degli infinti cerchi inscritti nel quadrato:

$$\Lambda_C = \pi \cdot r^2 + 4 \cdot \pi \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(r \cdot \left(\sqrt{2} - 1 \right)^{2 \cdot n} \right)^2 = \pi \cdot r^2 + 4 \cdot \pi \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(r^2 \cdot \left(\sqrt{2} - 1 \right)^{4 \cdot n} \right) = \pi \cdot r^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \sqrt{2} - 2}{2} \right)$$

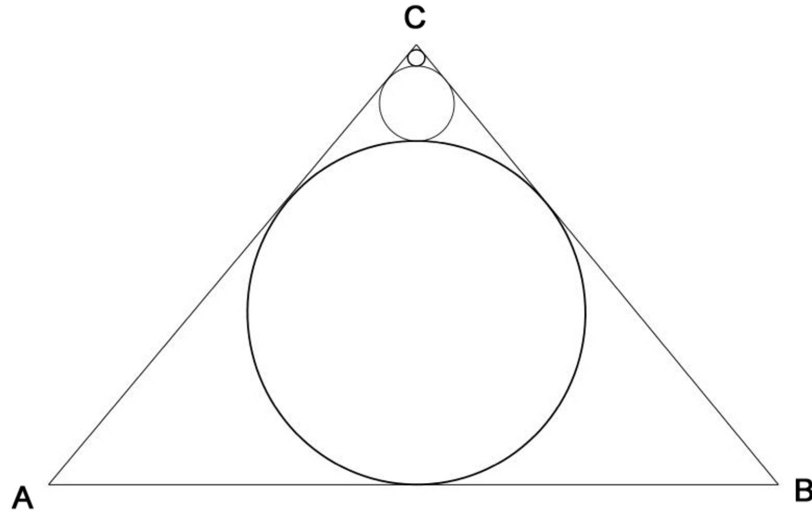
$$\Lambda_C = \pi \cdot r^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \sqrt{2} - 2}{2} \right) \simeq 3,5227 \cdot r^2$$

area % occupata dagli infiniti cerchi rispetto all'intero quadrato:

$$\Lambda_C \% = \frac{100 \cdot \Lambda_C}{\Lambda_Q} = \frac{100 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \sqrt{2} - 2}{2} \right)}{\left(2 \cdot r \right)^2} = \frac{\pi \cdot \sqrt{2} \cdot \left(3 - \sqrt{2} \right)}{8} \simeq 88\%$$

INDOVINELLO 10

"La convergenza dei cerchi in un triangolo isoscele"



$\widehat{ACB} = \alpha$

$\overline{AB} = \ell$

l'area occupata dagli infiniti cerchi che convergono verso il suddetto angolo α è:

$$\Lambda_C = \pi \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\ell}{2} \cdot \tan\left(\frac{\pi - \alpha}{4} \right)^{2 \cdot n - 1} \right)^2$$

con $0 < \alpha < \pi$

$$\Lambda_C = \pi \cdot \ell^2 \cdot f_\alpha$$

indicando con f_α la funzione d'angolo:

$$f_\alpha = \left(-\frac{\left(8 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)^3 \cdot \left(3 \cdot \cos(\alpha)^3 + 9 \cdot \cos(\alpha) + 23 \cdot \sin(\alpha)^2 + 12\right) + \left(\cos(\alpha)+1\right)^2 \cdot \left(\cos(\alpha)^2 \cdot \left(\sin(\alpha)^2 + 2\right) + 8 \cdot \cos(\alpha) \cdot \left(1 - 4 \cdot \sin(\alpha)^2\right) + 3 \cdot \left(31 \cdot \sin(\alpha)^2 + 2\right)\right)\right)}{16 \cdot \left(\cos(\alpha)+1\right)^2 \cdot \left(\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)^4 \cdot \left(\cos(\alpha)^2 - 14 \cdot \cos(\alpha) + 17\right) + 4 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)^3 \cdot \left(3 - \cos(\alpha)\right) + \left(8 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \left(\cos(\alpha) - 3\right) - \cos(\alpha)^2 + 14 \cdot \cos(\alpha) - 17\right) \cdot \left(\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + 1\right)^4\right)} \right)$$

l'area $\Lambda_C\%$ è:

$$\Lambda_C\% = \frac{100 \cdot \Lambda_C}{\Lambda_T} = \frac{100 \cdot \pi \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\ell}{2} \cdot \tan\left(\frac{\pi - \alpha}{4} \right)^{2 \cdot n - 1} \right)^2}{\frac{\ell^2}{4} \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{2} \right)} = 100 \cdot \pi \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2} \right) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tan\left(\frac{\pi - \alpha}{4} \right)^{2 \cdot n - 1} \right)^2$$

Nei casi limite:

$$\lim_{\alpha \to 0^+} \Lambda_C(\alpha) = \lim_{\alpha \to 0^+} \left(\pi \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\ell}{2} \cdot \tan\left(\frac{\pi - \alpha}{4} \right)^{2 \cdot n - 1} \right)^2 \right) = +\infty$$

$$\lim_{\alpha \to \pi^-} \Lambda_C(\alpha) = \lim_{\alpha \to \pi^+} \Lambda_C(\alpha) = \lim_{\alpha \to \pi} \left(\pi \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\ell}{2} \cdot \tan\left(\frac{\pi - \alpha}{4} \right)^{2 \cdot n - 1} \right)^2 \right) = 0$$

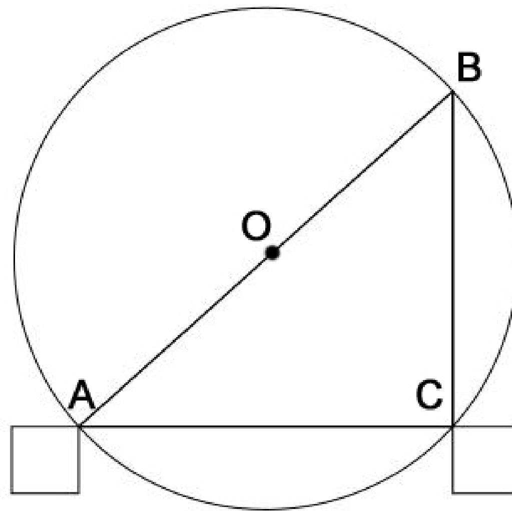
Calcolo dell'area Λ_C con varie grandezze dell'angolo α :

ANGOLO α		AREA Λ_C		
DEG.	RAD.	ESATTO	APPROSS.	%
0	0	∞	-	-
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\pi \cdot \ell^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \sqrt{6} + 5 \cdot \sqrt{2}}{64} \right)$	$0,2253 \cdot \pi \cdot \ell^2$	$75,86$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\pi \cdot \ell^2 \cdot \frac{\left(\sqrt{4-2\cdot\sqrt{2}}+\sqrt{2}-1\right)^2 \cdot \left(\sqrt{4-2\cdot\sqrt{2}}-\sqrt{2}+1\right)^4}{\sqrt{816128-577024\cdot\sqrt{2}-64\cdot\sqrt{2}\cdot\left(5\cdot\sqrt{2}-7\right)}}$	$0,1394 \cdot \pi \cdot \ell^2$	$72,56$
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\pi \cdot \ell^2 \cdot \frac{3}{32}$	$0,0937 \cdot \pi \cdot \ell^2$	$68,01$
90°	$\frac{\pi}{2}$	$\pi \cdot \ell^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{32}$	$0,0442 \cdot \pi \cdot \ell^2$	$55,54$
120°	$\frac{2 \cdot \pi}{3}$	$\pi \cdot \ell^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{96}$	$0,0180 \cdot \pi \cdot \ell^2$	$39,27$
150°	$\frac{5 \cdot \pi}{6}$	$\pi \cdot \ell^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \sqrt{6} - 5 \cdot \sqrt{2}}{64} \right)$	$0,0043 \cdot \pi \cdot \ell^2$	$20,33$
180°	π	0	-	-

INDOVINELLO 11

"Rotolando sui binari"

La vista frontale della sfera che rotola, senza strisciare lungo binari, aiuta per l'impostazione del calcolo dell'avanzamento della stessa:



$\overline{AB} = 2 \cdot \overline{AO} = d$	Diametro della sfera
$\overline{AC} = k$	Distanza tra i due binari
$d > k$	Condizione imposta affinché la sfera possa rotolare sui binari

Attraverso il "teorema di Pitagora":

$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{d^2 - k^2}$

quindi l'avanzamento λ, della sfera che rotola senza strisciare sui binari, è:

$\lambda = \pi \cdot \sqrt{d^2 - k^2}$

Nel caso limite in cui la distanza tra i binari è pari al diametro della sfera:

$\lim_{k \to d} \left(\pi \cdot \sqrt{d^2 - k^2} \right) = 0 \Rightarrow \lambda = 0$

l'avanzamento è nullo, mentre nel caso in cui la distanza k tende a zero:

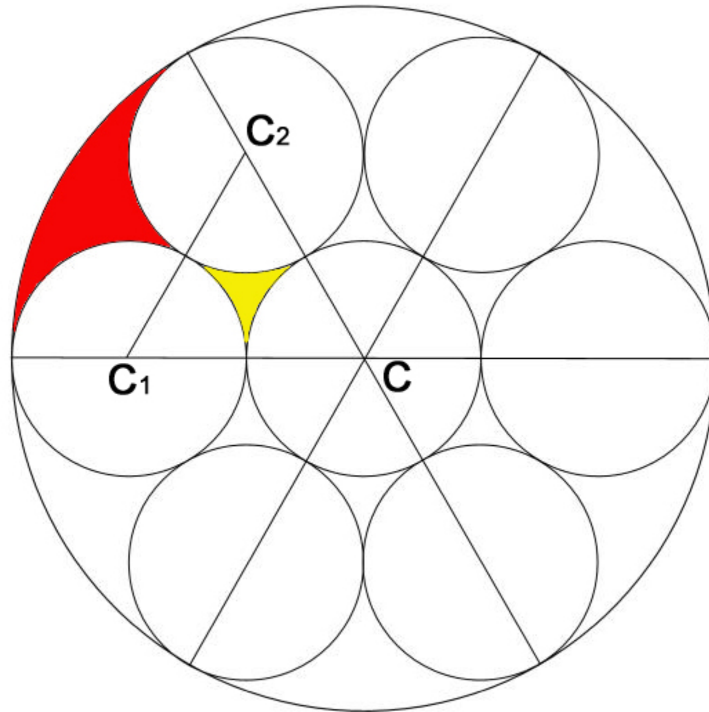
$\lim_{k \to 0} \left(\pi \cdot \sqrt{d^2 - k^2} \right) = 0 \Rightarrow \lambda = \pi \cdot d$

l'avanzamento è pari alla circonferenza che si ottiene sezionando la sfera con un qualunque piano passante per il centro della sfera stessa.

INDOVINELLO 12

"L'area interstiziale"

La seguente costruzione geometrica aiuta a capire su come procedere per il calcolo dell'area di colore rosso:



d	Diametro della circonferenza più grande
Λ_R	Area di colore rosso
Λ_G	Area di colore giallo

Il triangolo di vertici C, C_1 e C_2 è equilatero e di lato $d/3$.

$$\Lambda_R + \Lambda_G = \frac{1}{6}\cdot\left(\pi\cdot\left(\frac{d}{2}\right)^2 - 7\cdot\pi\cdot\left(\frac{d}{6}\right)^2\right) = \frac{\pi\cdot d^2}{108}$$

$$\Lambda_G = \frac{d^2\cdot\sqrt{3}}{36} - \frac{\pi}{2}\cdot\left(\frac{d}{6}\right)^2 = \frac{d^2\cdot\left(2\cdot\sqrt{3}-\pi\right)}{72}$$

$$\Lambda_R = \frac{\pi\cdot d^2}{108} - \Lambda_G = \frac{\pi\cdot d^2}{108} - \frac{d^2\cdot\left(2\cdot\sqrt{3}-\pi\right)}{72} = \frac{d^2\cdot\left(5\cdot\pi - 6\cdot\sqrt{3}\right)}{216}$$

$$\Lambda_R = \frac{d^2\cdot\left(5\cdot\pi - 6\cdot\sqrt{3}\right)}{216} \simeq 0,02460952973\cdot d^2$$

INDOVINELLO 13

"Le ruote del treno"

Dati:

$\ell = 84,78$ Km $= 84780$ m

$t = 45$ minuti $= 2700$ secondi

$d = 1$ m

La velocità media del treno è data dall'equazione:

$$v_m = \frac{\ell[m]}{t[s]} = \frac{84780}{2700} = 31,4 \text{ m/s}$$

il numero dei giri effettuati dalla ruota del treno nell'unità di tempo è pari a:

$$rotazioni/s = \frac{v_m[m/s]}{\pi \cdot d[m]} = \frac{31,4}{\pi} \simeq 10$$

quindi, nel corso di 45 minuti, ogni ruota effettuerà un numero di giri dato da:

$$rotazioni = [rotazioni/s] \cdot t[s] = 10 \cdot 2700 = 27000$$

INDOVINELLO 14

"Gara tra solidi"

Poiché si è ipotizzato che tutti i quattro solidi sono sottoposti a un moto di rotolamento puro, è possibile applicare il "principio di conservazione dell'energia" uguagliando l'energia potenziale, nell'istante prima che il solido rotoli lungo il piano inclinato (quando si trova all'altezza h), e l'energia cinetica al termine del rotolamento sul piano inclinato ($h = 0$).

Legenda:

M	Massa di un solido	[Kg]
h	Altezza del piano inclinato	[m]
α	Pendenza del piano inclinato	[rad]
U	Energia potenziale	[J]
K	Energia cinetica	[J]
g	Accelerazione di gravità	[m/s^2]
I_c	Momento d'inerzia generico	[kg$\cdot$m^2]
ω	Velocità angolare del solido	[rad/s]
v_c	Velocità lineare del baricentro del solido	[m/s]

Uguagliando l'energia potenziale e l'energia cinetica:

$$U_h = K_{h=0}$$

e sostituendo i valori di entrambi i membri, si ottiene:

$$M \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot M \cdot v_c^2 + \frac{1}{2} \cdot I_c \cdot \omega^2$$

poiché, a causa del rotolamento puro, si ha:

$$v_c = R \cdot \omega \Rightarrow \omega = \frac{v_c}{R}$$

l'eguaglianza tra l'energia potenziale e l'energia cinetica diventa:

$$M \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot M \cdot v_c^2 + \frac{1}{2} \cdot I_c \cdot \left(\frac{v_c}{R}\right)^2$$

ed esplicitando la variabile v_c si ricava la velocità raggiunta da un solido al termine di un rotolamento puro (senza strisciamento) lungo un piano inclinato:

$$v_c = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{1 + \frac{I_c}{M \cdot R^2}}}$$

L'unico parametro che fa variare la velocità v_c è il momento d'inerzia I_c, poiché g, h, M e R sono gli stessi per tutti i quattro solidi. Quindi è necessario calcolare i momenti d'inerzia per ognuno dei solidi. In tutti e quattro i solidi: $I_c = I_z$.

1) Cilindro pieno

Scegliendo un riferimento cartesiano per il cilindro pieno di altezza k, in cui l'asse z corrisponde con l'asse di simmetria del solido, il momento di inerzia rispetto all'asse z (detto anche *momento polare* I_p) è dato dall'integrale triplo:

$$I_p = I_x + I_y = I_z = \iiint_V \left(x^2 + y^2\right)\delta\left(x, y, z\right)dV$$

in cui la funzione densità è costante, perché il corpo cilindrico è supposto omogeneo, ed è data dal rapporto massa – volume:

$$\delta\left(x, y, z\right) = \frac{M}{V} = \frac{M}{\pi \cdot R^2 \cdot k}$$

Per poter risolvere agevolmente l'integrale triplo, si sostituiscono le coordinate cartesiane con le coordinate cilindriche:

$$\begin{cases} dV = \rho d\theta d\rho dz \\ x = \rho\cos\theta \\ y = \rho\sin\theta \end{cases}$$

per cui l'integrale diventa:

$$I_z = \frac{M}{\pi \cdot R^2 \cdot k} \cdot \int_{-\frac{k}{2}}^{\frac{k}{2}} \int_0^R \int_0^{2\pi} \left(\left(\rho\cos\theta\right)^2 + \left(\rho\sin\theta\right)^2\right)\rho d\theta d\rho dz$$

quindi il momento d'inerzia del cilindro rispetto al suo asse di simmetria è:

$$I_z = \frac{M \cdot R^2}{2}$$

per cui la velocità che raggiunge in fondo al piano inclinato è:

$$v_c = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{1 + \frac{\frac{\cancel{M \cdot R^2}}{2}}{\cancel{M \cdot R^2}}}} = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot g \cdot h} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3}\sqrt{g \cdot h} \simeq 1{,}1547 \cdot \sqrt{g \cdot h}$$

Come si può notare, la velocità v_c, raggiunta dal solido, al termine del rotolamento lungo il piano inclinato, non dipende né dal raggio R del solido né dalla sua massa M, ma solamente dall'altezza h del piano inclinato, dato che l'accelerazione gravitazionale g è costante e pari a 9,80 m/s^2.

2) Guscio cilindrico

Analogamente al cilindro pieno, il momento di inerzia rispetto all'asse z è dato dalla somma degli integrali tripli:

$$I_z = \lim_{r \to R}\left(\left(\frac{M}{\pi \cdot R^2 \cdot k} \cdot \int_{-\frac{k}{2}}^{\frac{k}{2}} \int_0^R \int_0^{2\pi} \rho^3 d\theta d\rho dz\right) + \left(\frac{M}{\pi \cdot r^2 \cdot k} \cdot \int_{-\frac{k}{2}}^{\frac{k}{2}} \int_0^r \int_0^{2\pi} \rho^3 d\theta d\rho dz\right)\right) = \lim_{r \to R}\left(\frac{M \cdot \left(R^2 + r^2\right)}{2}\right) = M \cdot R^2$$

quindi il momento d'inerzia del guscio cilindrico rispetto al suo asse di simmetria è:

$$I_z = M \cdot R^2$$

per cui la velocità che raggiunge in fondo al piano inclinato è:

$$v_c = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{1 + \frac{\cancel{M \cdot R^2}}{\cancel{M \cdot R^2}}}} = \sqrt{g \cdot h}$$

3) Sfera piena

Il momento di inerzia di una sfera piena rispetto all'asse z è dato da:

$$I_z = \frac{M}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot R^3}\cdot\int_{-\sqrt{R^2-\rho^2}}^{\sqrt{R^2-\rho^2}}\int_0^R\int_0^{2\pi}\rho^3 d\theta d\rho dz = \frac{2}{5}\cdot M\cdot R^2$$

perciò la velocità raggiunta è:

$$v_c = \sqrt{\frac{2\cdot g\cdot h}{1+\frac{\frac{2}{5}\cdot \cancel{M\cdot R^2}}{\cancel{M\cdot R^2}}}} = \frac{\sqrt{70}}{7}\cdot\sqrt{g\cdot h}\simeq 1{,}1952\cdot\sqrt{g\cdot h}$$

4) Guscio sferico

Il momento di inerzia di un guscio sferico rispetto all'asse z, analogamente ai solidi analizzati in precedenza, è dato da:

$$I_z = \frac{2}{3}\cdot M\cdot R^2$$

da cui la velocità che raggiunge in fondo al piano inclinato è:

$$v_c = \sqrt{\frac{2\cdot g\cdot h}{1+\frac{\frac{2}{3}\cdot \cancel{M\cdot R^2}}{\cancel{M\cdot R^2}}}} = \frac{\sqrt{30}}{5}\cdot\sqrt{g\cdot h}\simeq 1{,}0954\cdot\sqrt{g\cdot h}$$

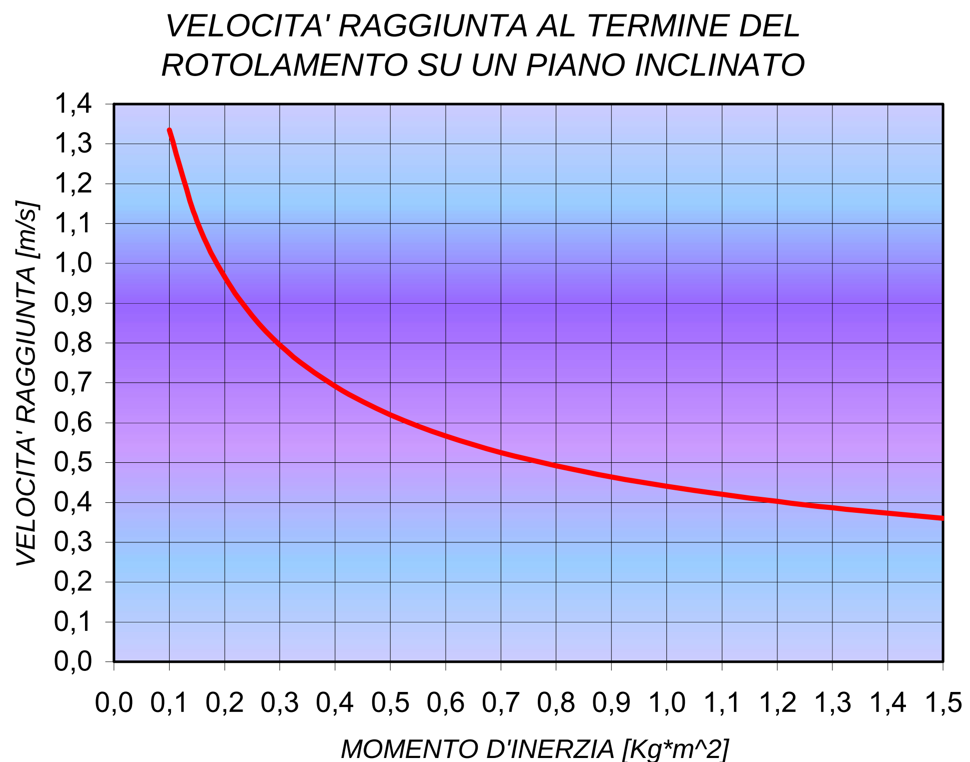
Come già detto per il cilindro pieno, anche per gli altri tre solidi la velocità v_c raggiunta al termine del rotolamento lungo il piano inclinato, non dipende né dal raggio R del solido né dalla sua massa M, né dall'altezza h del piano inclinato, né da g dato che l'accelerazione gravitazionale è costante e pari a 9,80 m/s^2, ma dal solo momento d'inerzia (detto anche *momento polare*).
E' evidente che i quattro solidi giungeranno in fondo alla discesa in tempi diversi.
Dato che si è calcolata la velocità di ciascuno di essi, ora è possibile stendere una classifica per capire chi vince e chi perde!
Ecco la classifica, con $g = 9{,}80$ m/s^2:

Posizione	Solido	Concorrente	Velocità raggiunta v_c	Momento d'inerzia $I_c = I_z = I_p$
1	Sfera piena	Matteo	$\frac{\sqrt{70}}{7}\cdot\sqrt{g\cdot h}\simeq 1{,}1952\cdot\sqrt{g\cdot h}$	$\frac{2}{5}\cdot M\cdot R^2$
2	Cilindro pieno	Luca	$\frac{2\cdot\sqrt{3}}{3}\sqrt{g\cdot h}\simeq 1{,}1547\cdot\sqrt{g\cdot h}$	$\frac{M\cdot R^2}{2}$
3	Guscio sferico	Giovanni	$\frac{\sqrt{30}}{5}\cdot\sqrt{g\cdot h}\simeq 1{,}0954\cdot\sqrt{g\cdot h}$	$\frac{2}{3}\cdot M\cdot R^2$
4	Guscio cilindrico	Marco	$\sqrt{g\cdot h}$	$M\cdot R^2$

La gara è quindi vinta da Matteo che ha scelto la sfera piena, al secondo posto Luca che ha scelto il cilindro pieno, al penultimo posto Giovanni che ha optato per il guscio sferico, infine, all'ultimo posto Marco che ha preferito il guscio cilindrico e gli è costato un'amara sconfitta!
Per capire meglio il fenomeno, il seguente grafico né da una interpretazione geometrica:

$$v_c = \sqrt{\frac{19,6}{1+\frac{I_c}{\left(\frac{1}{10}\right)^2}}}$$

con $\begin{cases} h = 1 \text{ m} \\ R = 10 \text{ cm} \\ M = 1 \text{ Kg} \end{cases}$



Se ne deduce che all'aumentare del momento d'inerzia I_z diminuisce la velocità v_c del solido omogeneo che rotola senza strisciare lungo un piano inclinato.
Se avesse partecipato alla gara un concorrente (di nome Massimo) che sfidando i quattro amici, ad esempio con una cassa di forma qualunque, che ovviamente striscia, ma si suppone l'attrito nullo o comunque trascurabile, avrebbe vinto?
Per rispondere a questa domanda è sufficiente impostare il "principio di conservazione dell'energia" come fatto in precedenza.
Uguagliando l'energia potenziale e l'energia cinetica e sostituendo i valori di entrambi i membri, si ottiene:

$$U_h = K_{h=0} \Rightarrow M \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot M \cdot v_c^2 + \frac{1}{2} \cdot I_c \cdot \omega^2$$

poiché la cassa non rotola, ma striscia:

$$\omega = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot I_c \cdot \omega^2 = 0$$

quindi:

$$\cancel{M} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \cancel{M} \cdot v_c^2$$

da cui si ricava la velocità che raggiunge una cassa (corpo), di qualunque forma e dimensioni, al termine di un piano inclinato:

$$v_c = \sqrt{2} \cdot \sqrt{g \cdot h} \simeq 1,4142 \cdot \sqrt{g \cdot h}$$

Tale velocità poteva alternativamente ricavarsi impostando e svolgendo il limite in cui il momento d'inerzia $I_z \to 0$:

$$\lim_{I_z \to 0^+} v_c \Rightarrow \lim_{I_z \to 0^+} \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{1 + \frac{I_c}{M \cdot R^2}}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{g \cdot h} \simeq 1,4142 \cdot \sqrt{g \cdot h}$$

La risposta è sicuramente si. In presenza di attrito nullo o trascurabile, un qualunque corpo che striscia giungerà per primo al termine del piano inclinato rispetto a un corpo che rotola. Da notarsi che anche in questo caso la massa M del corpo non influisce sulla velocità di strisciamento lungo una discesa. Inoltre, nel caso limite in cui il momento d'inerzia I_z è infinitamente grande, la velocità v_c è nulla:

$$\lim_{I_z \to \infty} v_c \Rightarrow \lim_{I_z \to \infty} \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{1 + \frac{I_c}{M \cdot R^2}}} = 0$$

La nuova classifica è di conseguenza:

Posizione	Solido	Concorrente	Velocità raggiunta v_c	Momento d'inerzia $I_c = I_z = I_p$
1	Corpo qualunque	Massimo	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{g \cdot h} \simeq 1,4142 \cdot \sqrt{g \cdot h}$	0
2	Sfera piena	Matteo	$\frac{\sqrt{70}}{7} \cdot \sqrt{g \cdot h} \simeq 1,1952 \cdot \sqrt{g \cdot h}$	$\frac{2}{5} \cdot M \cdot R^2$
3	Cilindro pieno	Luca	$\frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3} \sqrt{g \cdot h} \simeq 1,1547 \cdot \sqrt{g \cdot h}$	$\frac{M \cdot R^2}{2}$
4	Guscio sferico	Giovanni	$\frac{\sqrt{30}}{5} \cdot \sqrt{g \cdot h} \simeq 1,0954 \cdot \sqrt{g \cdot h}$	$\frac{2}{3} \cdot M \cdot R^2$
5	Guscio cilindrico	Marco	$\sqrt{g \cdot h}$	$M \cdot R^2$

INDOVINELLO 15

"Il salvadanaio"

Indicando con:

S_1 La somma trovata nel salvadanaio di Pino pari a 20,80 €

S_2 La somma trovata nel salvadanaio di Daniele pari a 69,46 €

x La somma incognita donata dalla mamma ai due fratelli

Impostando l'equazione risolutiva, si ha:

$$S_2 + \frac{x}{2} = 2 \cdot \left(S_1 + \frac{x}{2} \right)$$

da cui si ricava immediatamente la somma donata dalla mamma ai due fratelli:

$$x = 2 \cdot S_2 - 4 \cdot S_1$$

sostituendo il valore delle somme di Pino e Daniele:

$$\begin{cases} S_1 = 20,80 \\ S_2 = 69,46 \\ x = 2 \cdot S_2 - 4 \cdot S_1 \Rightarrow x = 55,72 \end{cases}$$

Quindi la mamma ha donato complessivamente ai due figli 55,72 € , perciò ciascuno dei due fratelli ha ricevuto dalla madre 27,86 €.

INDOVINELLO 16

"Il giocatore d'azzardo"

Indicando con x la somma iniziale che il giocatore aveva nel portafogli prima di entrare nelle due sale da gioco, si può scrivere l'equazione risolutiva dell'indovinello:

$$2 \cdot (2 \cdot (x - 500) - 500) - 600 = 0$$

da cui si ricava il valore dell'incognita x:

$$x = 900$$

Quindi il giocatore d'azzardo aveva inizialmente nel portafogli 900 €.

INDOVINELLO 17

"Una pigna per una pallottola"

Per individuare chi tra la pigna e la pallottola giunge per prima al suolo da una medesima altezza, è necessario analizzare distintamente i due casi.

1) La pigna.

Lo spazio che separa la pigna dal suolo è dato dall'equazione (si è supposto l'attrito con l'aria trascurabile):

$$s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

indicando con:

s Lo spazio [m]

g L'accelerazione gravitazionale pari a 9,80 [m/s^2]

t Il tempo [s]

Da questa equazione si ricava il tempo t impiegato dalla pigna per cadere al suolo, e la velocità v con cui giunge al suolo:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{g}}$$

$$v = \dot{s} = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2\right) = g \cdot t$$

Derivando la velocità rispetto al tempo si ottiene l'accelerazione con cui la pigna "prende" velocità, e come prevedibile, è pari alla accelerazione gravitazionale dato che oltre alla forza di gravità non vi è nessun'altra forza che agisce sulla pigna:

$$\mathrm{a} = \ddot{s} = \dot{v} = \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(g \cdot t) = g$$

Poiché la pigna si trova a 1,70 m di altezza, il tempo di caduta libera è:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,70}{9,80}} = 0,589 \text{ [s]}$$

impiegherà poco più di mezzo secondo per raggiungere il suolo.

La caduta libera rappresenta un "moto incipiente" e come si può notare, il tempo di caduta di una pigna, o di un qualunque altro corpo, non dipende né dalla massa, né dal peso e né dalla forma (nel caso di attrito con l'aria nullo) ma dipende solo ed esclusivamente dall'altezza da cui cade un corpo.

2) La pallottola

La pallottola uscendo alla velocità v dalla canna del fucile compierà un percorso parabolico, descritto dall'equazione, espressa in coordinate cartesiane:

$$y = (\tan \vartheta) \cdot x - \left(\frac{g}{2 \cdot v^2 \cdot (\cos \vartheta)^2}\right) \cdot x^2$$

in cui ϑ è l'angolo di inclinazione del fucile rispetto all'orizzonte.

In questo caso $\vartheta = 0$ e $x \geq 0$, quindi l'equazione del moto parabolico è:

$$y = -\left(\frac{g}{2 \cdot v^2}\right) \cdot x^2$$

che descrive la metà esatta di una parabola.

A cui si aggiunge l'altezza h del fucile dal suolo:

$$y = -\left(\frac{g}{2 \cdot v^2}\right) \cdot x^2 + h$$

La gittata x_G del proiettile è data dal sistema ($s = h$):

$$\begin{cases} y = -\left(\frac{g}{2 \cdot v^2}\right) \cdot x^2 + h \\ y = 0 \end{cases}$$

da cui:

$$x_G = v \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = v \cdot \sqrt{2} \cdot g^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{h} \simeq 0,4517 \cdot v \cdot \sqrt{h}$$

e la lunghezza di una qualunque curva, è data dall'integrale di linea:

$$\ell = \int_{x_1}^{x_2} \left(\sqrt{\left(\frac{d}{dx} f(x)\right)^2 + 1} \right) dx$$

sostituendo il valore degli estremi di integrazione e della funzione $f(x)$ con l'equazione della parabola descritta dalla pallottola, si ha:

$$\ell = \int_0^{x_G} \left(\sqrt{\left(\frac{d}{dx}\left(-\frac{g}{2 \cdot v^2} \cdot x^2 + h\right)\right)^2 + 1} \right) dx \Rightarrow \ell = \int_0^{v \cdot \sqrt{2} \cdot g^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{h}} \left(\sqrt{\left(\frac{d}{dx}\left(-\frac{g}{2 \cdot v^2} \cdot x^2 + h\right)\right)^2 + 1} \right) dx$$

che diventa:

$$\ell = \int_0^{v \cdot \sqrt{2} \cdot g^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{h}} \left(\sqrt{\frac{g^2 \cdot x^2 + v^4}{v^4}} \right) dx \Rightarrow \ell = \left[\frac{v^4 \cdot \ln\left(\sqrt{g^2 \cdot x^2 + v^4} + g \cdot x\right) + g \cdot x \cdot \sqrt{g^2 \cdot x^2 + v^4}}{2 \cdot g \cdot v^2} \right]_0^{v \cdot \sqrt{2} \cdot g^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{h}}$$

risolto l'integrale indefinito e sostituiti gli estremi di integrazione, si ottiene la lunghezza della traiettoria parabolica percorsa dal proiettile, che risolta numericamente, per evitare calcoli prolissi, fornisce il risultato:

$\ell = 294,5140865$ m

con $\begin{cases} h = 1,7 \text{ m} \\ v = 500 \text{ m/s} \\ g = 9,8 \text{ m/s}^2 \end{cases}$

invece la gittata è:

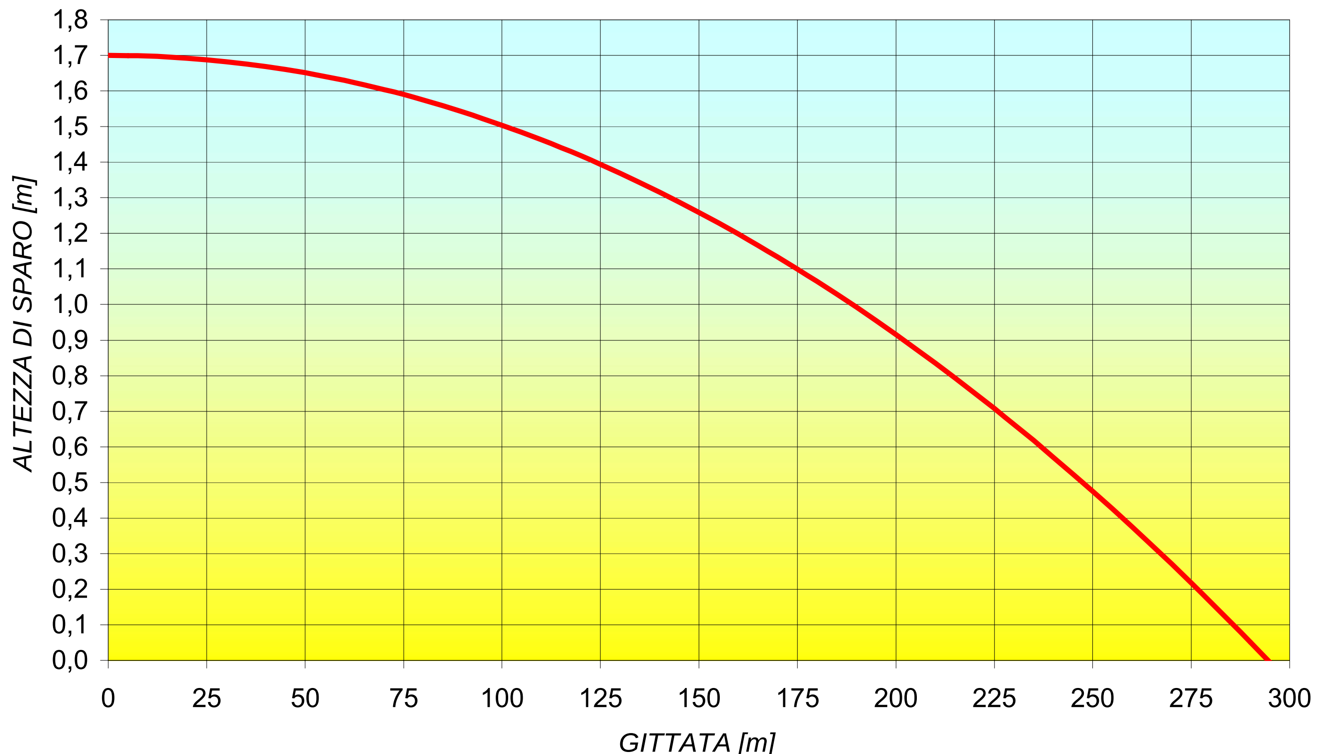
$x_G = 294,5075446$ m

ovviamente $\ell > x_G$ sempre.

Si può notare che in questo caso $\ell \simeq x_G$ (differiscono di 6/10 di millimetro) perché l'altezza da cui si spara con il fucile (1,7 m) è molto piccola se raffrontata alla gittata che è di quasi 300 m.

La traiettoria percorsa della pallottola è $\ell = 294,5140865$ m.

Il grafico sottostante rappresenta la traiettoria ℓ che la pallottola segue dall'uscita della canna del fucile sino a raggiungere il suolo (in assenza di attrito). Il grafico non è in scala dato che i valori dell'asse delle ordinate sono molto più piccoli dell'asse delle ascisse.



Ora si conosce anche la lunghezza del tragitto percorso dalla pallottola (la velocità è un data del quesito). Per calcolare il tempo impiegato dal proiettile per giungere al suolo, si applica l'equazione del moto rettilineo uniforme:

$$v[\text{m/s}] = \frac{x_G\ [\text{m}]}{t\ [\text{s}]}$$

da cui si ricava il tempo:

$$t\ [\text{s}] = \frac{x_G\ [\text{m}]}{v\ [\text{m/s}]}$$

ricordando che $s = h$:

$$t = \frac{\not{v} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}}{\not{v}} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{g}} = 0,589\ [\text{s}]$$

ciò dimostra che il tempo impiegato da una pigna a cadere a terra, in caduta libera, da una altezza h è lo stesso di una pallottola spara da un'arma puntata perfettamente sull'orizzonte. In entrambi i casi la massa della pigna e della pallottola e la velocità di quest'ultima non influenzano in alcun modo il tempo di caduta, il quale è condizionato solo dall'altezza h. E' chiaro che ciò avviene in condizioni ideali in cui l'attrito tra aria e proiettile sia almeno trascurabile (nella pratica la presenza di vento modifica sensibilmente il tempo di caduta di una pallottola, anticipandolo); la pigna cade da un'altezza così piccola da ritenere in ogni caso trascurabile l'attrito con l'aria.

INDOVINELLO 18

"L'arcipelago di Fantasilandia"

Tutte e quattro le isole possiedono una superficie Λ per ciascuna. Per capire quale isola ha il maggior numero di Km di costa, bisogna calcolare il perimetro P di ciascuna isola esprimendolo in funzione dell'area.

1) Isola di forma circolare di raggio r e perimetro P_C :

$$\Lambda = \pi \cdot r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{\Lambda}{\pi}}$$

$$P_C = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow P_C = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\Lambda}{\pi}}$$

$$P_C = 2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\Lambda}$$

2) Isola di forma quadrata di lato ℓ e perimetro P_Q :

$$\Lambda = \ell^2 \Rightarrow \ell = \sqrt{\Lambda}$$

$$P_Q = 4 \cdot \ell \Rightarrow P_Q = 4 \cdot \sqrt{\Lambda}$$

3) Isola di forma esagonale di lato λ e perimetro P_E :

$$\Lambda = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot \lambda^2 \Rightarrow \lambda = \frac{\sqrt[4]{12}}{3} \cdot \sqrt{\Lambda}$$

$$P_E = 6 \cdot \frac{\sqrt[4]{12}}{3} \cdot \sqrt{\Lambda} \Rightarrow P_E = 2 \cdot \sqrt[4]{12} \cdot \sqrt{\Lambda}$$

4) Isola dalla forma di triangolo equilatero di lato δ e perimetro P_T :

$$\Lambda = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \delta^2 \Rightarrow \delta = \frac{2 \cdot 3^{\frac{3}{4}}}{3} \cdot \sqrt{\Lambda}$$

$$P_T = 3 \cdot \frac{2 \cdot 3^{\frac{3}{4}}}{3} \cdot \sqrt{\Lambda} \Rightarrow P_T = 2 \cdot 3^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\Lambda}$$

Per determinare l'isola con il maggior numero di Km di costa è sufficiente approssimare la parte numerica dell'espressione dei tre perimetri, magari con l'uso di una calcolatrice, oppure più elegantemente si può scrivere un'ipotesi di relazione di grandezza e verificare se è confermata. Seguendo quest'ultima strada, si avrà:

ipotesi: $P_C > P_Q > P_E > P_T$

sostituendo i rispettivi valori dei perimetri, omettendo $\sqrt{\Lambda}$ perché compare in ognuno di essi, ed elevandoli al quadrato:

$$\left(2 \cdot \sqrt{\pi}\right)^2 > 4^2 > \left(2 \cdot \sqrt[4]{12}\right)^2 > \left(2 \cdot 3^{\frac{3}{4}}\right)^2$$

quindi:
$4 \cdot \pi > 16 > 4 \cdot \sqrt{12} > 12 \cdot \sqrt{3}$ con $\pi = 3{,}141592.....$

$(4 \cdot \pi)^2 > 16^2 > \left(4 \cdot \sqrt{12}\right)^2 > \left(12 \cdot \sqrt{3}\right)^2$

$16 \cdot \pi^2 > 256 > 192 > 432$

l'ipotesi è errata, infatti questa è quella corretta $432 > 256 > 192 > 16 \cdot \pi^2$, perciò il giusto ordine di grandezze è il seguente:
$P_T > P_Q > P_E > P_C$

In conclusione, all'imprenditore sarà più conveniente scegliere l'isola di forma triangolare (equilatero) perché ha le coste più lunghe, mentre l'isola di forma circolare ha meno Km di coste delle altre tre.
Nella tabella sottostante sono rappresentate le lunghezze delle coste di ognuna delle quattro isole.

Forma dell'isola	Superficie	Lunghezza della costa
Triangolare (equilatero)	Λ	$P_T = 2 \cdot 3^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\Lambda} \simeq 4{,}559014113 \cdot \sqrt{\Lambda}$
Quadrata	Λ	$P_Q = 4 \cdot \sqrt{\Lambda}$
Esagonale	Λ	$P_E = \left(2 \cdot \sqrt[4]{12}\right) \cdot \sqrt{\Lambda} \simeq 3{,}722419436 \cdot \sqrt{\Lambda}$
Circolare	Λ	$P_C = 2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\Lambda} \simeq 3{,}544907701 \cdot \sqrt{\Lambda}$

INDOVINELLO 19

"L'universo di Fantasilandia"

	Solido	$\mathbf{V}$	$\mathbb{S}$	$\mathbb{F}$
1	Sfera	$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$	$4 \cdot \pi \cdot r^2$	-
2	Cubo	ℓ^3	$6 \cdot \ell^2$	6
3	Parallelepipedo formato da due cubi adiacenti	$2 \cdot \ell^3$	$10 \cdot \ell^2$	6
4	Cono equilatero	$\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \pi \cdot \rho^3$	$3 \cdot \pi \cdot \rho^2$	-
5	Cilindro equilatero	$2 \cdot \pi \cdot \delta^3$	$6 \cdot \pi \cdot \delta^2$	-

	Poliedro regolare	$\mathbb{F}$	$\mathbb{N}$	∇	ξ	$\mathbf{V}$	$\mathbb{S}$
6	Tetraedro	4	3	4	6	$\frac{\sqrt{2}}{12} \cdot \varepsilon^3$	$\varepsilon^2 \cdot \sqrt{3}$
7	Esaedro	6	4	8	12	ε^3	$6 \cdot \varepsilon^2$
8	Ottaedro	8	3	6	12	$\frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \varepsilon^3$	$2 \cdot \sqrt{3} \cdot \varepsilon^2$
9	Dodecaedro	12	5	20	30	$\frac{15 + 7 \cdot \sqrt{5}}{4} \cdot \varepsilon^3$	$3 \cdot \varepsilon^2 \sqrt{5\left(5 + 2\sqrt{5}\right)}$
10	Icosaedro	20	3	12	30	$\frac{5\left(3 + \sqrt{5}\right)}{12} \cdot \varepsilon^3$	$5 \cdot \sqrt{3} \cdot \varepsilon^2$

Legenda:

$\mathbf{V}$ Volume del solido

$\mathbb{S}$ Superficie totale del solido

$\mathbb{F}$ Numero di facce del solido

$\mathbb{N}$ Numero dei lati del poligono che costituisce ogni faccia

∇ Numero dei vertici

ξ Numero degli spigoli

r Raggio della sfera

ℓ Lato del cubo

ρ Raggio della circonferenza di base del cono equilatero

δ Raggio della circonferenza delle due estermità del cilindro equilatero

ε Lunghezza dello spigolo

Ora è necessario esprimere la superficie $\mathbb{S}$ in funzione del volume $\mathbf{V}$ che è uguale per tutti.

	Solido	Superficie $\mathbb{S}$ in funzione del volume $\mathbf{V}$
1	Sfera	$\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3=\mathbf{V}\Rightarrow r=\frac{1}{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}\cdot\sqrt[3]{\mathbf{V}}\Rightarrow\mathbb{S}=4\cdot\pi\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}\cdot\sqrt[3]{\mathbf{V}}\right)^2$
2	Cubo	$\ell^3=\mathbf{V}\Rightarrow\ell=\sqrt[3]{\mathbf{V}}\Rightarrow\mathbb{S}=6\cdot\left(\sqrt[3]{\mathbf{V}}\right)^2$
3	Parallelepipedo formato da due cubi adiacenti	$2\cdot\ell^3=\mathbf{V}\Rightarrow\ell=\sqrt[3]{\frac{\mathbf{V}}{2}}\Rightarrow\mathbb{S}=10\cdot\left(\sqrt[3]{\frac{\mathbf{V}}{2}}\right)^2$
4	Cono equilatero	$\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\pi\cdot\rho^3=\mathbf{V}\Rightarrow\rho=\frac{\sqrt[6]{3}}{\sqrt[3]{\pi}}\cdot\sqrt[3]{\mathbf{V}}\Rightarrow\mathbb{S}=3\cdot\pi\cdot\left(\frac{\sqrt[6]{3}}{\sqrt[3]{\pi}}\cdot\sqrt[3]{\mathbf{V}}\right)^2$
5	Cilindro equilatero	$2\cdot\pi\cdot\delta^3=\mathbf{V}\Rightarrow\delta=\sqrt[3]{\frac{\mathbf{V}}{2\cdot\pi}}\Rightarrow\mathbb{S}=6\cdot\pi\cdot\left(\sqrt[3]{\frac{\mathbf{V}}{2\cdot\pi}}\right)^2$
6	Tetraedro regolare	$\frac{\sqrt{2}}{12}\cdot\varepsilon^3=\mathbf{V}\Rightarrow\varepsilon=\sqrt[3]{\frac{12\cdot\mathbf{V}}{\sqrt{2}}}\Rightarrow\mathbb{S}=\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt[3]{\frac{12\cdot\mathbf{V}}{\sqrt{2}}}\right)^2$
7	Esaedro regolare	$\varepsilon^3=\mathbf{V}\Rightarrow\varepsilon=\sqrt[3]{\mathbf{V}}\Rightarrow\mathbb{S}=6\cdot\left(\sqrt[3]{\mathbf{V}}\right)^2$
8	Ottaedro regolare	$\frac{\sqrt{2}}{3}\cdot\varepsilon^3=\mathbf{V}\Rightarrow\varepsilon=\sqrt[3]{\frac{3\cdot\mathbf{V}}{\sqrt{2}}}\Rightarrow\mathbb{S}=2\cdot\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt[3]{\frac{3\cdot\mathbf{V}}{\sqrt{2}}}\right)^2$
9	Dodecaedro regolare	$\frac{15+7\cdot\sqrt{5}}{4}\cdot\varepsilon^3=\mathbf{V}\Rightarrow\varepsilon=\sqrt[3]{\frac{4\cdot\mathbf{V}}{15+7\cdot\sqrt{5}}}\Rightarrow\mathbb{S}=3\cdot\left(\sqrt[3]{\frac{4\cdot\mathbf{V}}{15+7\cdot\sqrt{5}}}\right)^2\cdot\sqrt{5\left(5+2\sqrt{5}\right)}$
10	Icosaedro regolare	$\frac{5\left(3+\sqrt{5}\right)}{12}\cdot\varepsilon^3=\mathbf{V}\Rightarrow\varepsilon=\sqrt[3]{\frac{12\cdot\mathbf{V}}{5\left(3+\sqrt{5}\right)}}\Rightarrow\mathbb{S}=5\cdot\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt[3]{\frac{12\cdot\mathbf{V}}{5\left(3+\sqrt{5}\right)}}\right)^2$

Sviluppando il valore della superficie $\mathbb{S}$ simbolicamente e numericamente, isolando il termine $\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}$, si può determinare quale solido a parità di volume $\mathbf{V}$ sviluppa una superficie maggiore. La tabella della pagina successiva è la classifica in ordine decrescente del solido con l'estensione della superficie più grande.

	Solido	Sviluppo della superficie $\mathbb{S}$ in funzione del volume $\mathbf{V}$
1	Tetraedro regolare	$\mathbb{S}=6\cdot\sqrt[6]{3}\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}\simeq 7,205621731\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}$
2	Cono equilatero	$\mathbb{S}=3\cdot\sqrt[3]{3\cdot\pi}\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}\simeq 6,336921061\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}$
3	Parallelepipedo formato da due cubi adiacenti	$\mathbb{S}=5\cdot\sqrt[3]{2}\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}\simeq 6,29960524\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}$
4	Cubo	$\mathbb{S}=6\cdot\left(\sqrt[3]{\mathbf{V}}\right)^{2}=6\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}$
4	Esaedro regolare	$\mathbb{S}=6\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}$
6	Ottaedro regolare	$\mathbb{S}=3\cdot 2^{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt[6]{3}\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}\simeq 5,719105757\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}$
7	Cilindro equilatero	$\mathbb{S}=3\cdot\sqrt[3]{2\cdot\pi}\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}\simeq 5,535810445\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}$
8	Icosaedro regolare	$\mathbb{S}=\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt[3]{1890\cdot\sqrt{3}-810\cdot\sqrt{15}}\simeq 5,148348556\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}$
9	Dodecaedro regolare	$\mathbb{S}=\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt[6]{\frac{129600\cdot\sqrt{5}\cdot\left(29903\cdot\sqrt{5}-38080\cdot\sqrt{3}-17024\cdot\sqrt{15}+66842\right)}{83521}}$ $\mathbb{S}\simeq 4,298074882\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}$
10	Sfera	$\mathbb{S}=3^{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt[3]{\pi}\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}\simeq 3,046473892\cdot\mathbf{V}^{\frac{2}{3}}$

Il Consiglio Intergalattico dovrà scegliere il pianeta che ha la forma di tetraedro regolare!!

INDOVINELLO 20

"Il filo per stendere i panni"

Il filo sottoposto al peso proprio assumerà la forma di una curva detta "catenaria". In questo caso gli estremi della catenaria stanno alla stessa quota, e si esprime attraverso la funzione del *coseno iperbolico*:

$$y = k \cdot \cosh\left(\frac{x}{k}\right)$$

con k, detto *"parametro della catenaria"*, indicante l'altezza minima del filo.
Quando la catenaria assume valori tali per cui k^{-2} e le potenze superiori possono essere trascurate rispetto alla potenza prima, come avviene nel caso di un filo da stendere, la catenaria tende ad una configurazione parabolica (sviluppando in serie di Taylor):

$$y = k \cdot \cosh\left(\frac{x}{k}\right) \cong k \cdot \left(1 + \frac{x^2}{2 \cdot k^2} + \frac{x^4}{24 \cdot k^4} + ...\right)$$

giungendo alla funzione:

$$y = \frac{4 \cdot (h-k)}{d^2} \cdot x^2 + k$$

in cui h è l'altezza di attacco del filo ai pali e d è la distanza tra i pali.
Per calcolare la lunghezza ℓ della catenaria si utilizza l'integrale di linea:

$$\ell = \int_{x_1}^{x_2} \left(\sqrt{\left(\frac{d}{dx} f(x)\right)^2 + 1} \right) dx$$

quindi:

$$\ell = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \left(\sqrt{\left(\frac{d}{dx}\left(\frac{4 \cdot (h-k)}{d^2} \cdot x^2 + k\right)\right)^2 + 1} \right) dx$$

che fornisce il risultato:

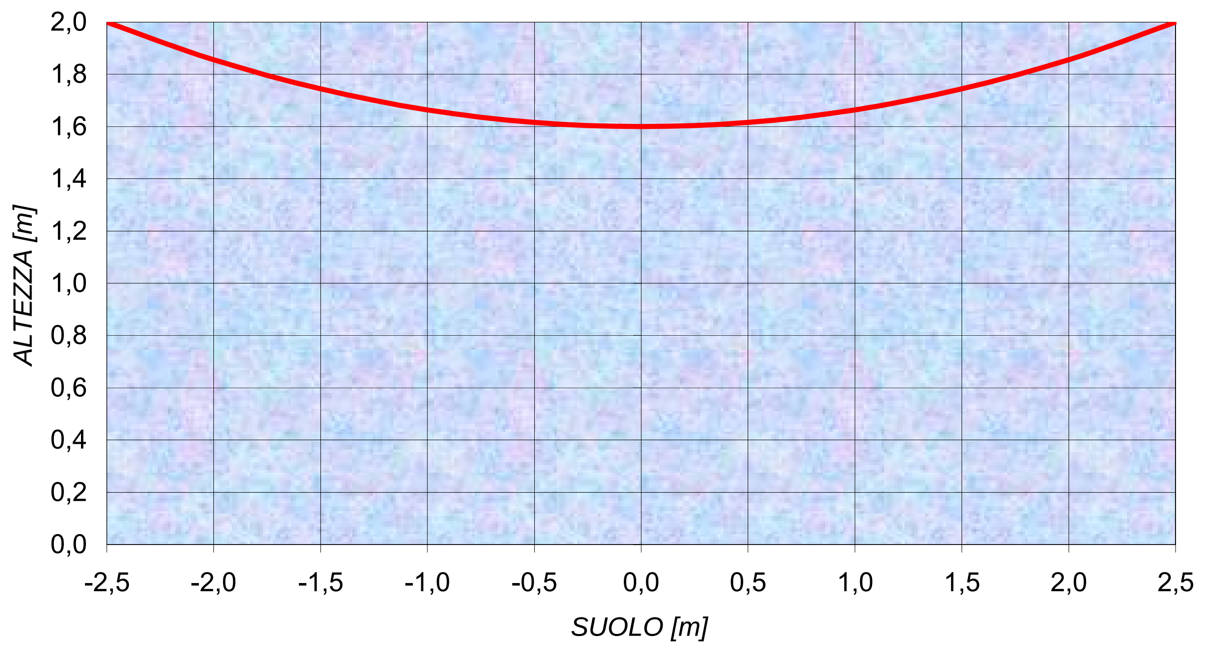
$$\ell = \frac{4 \cdot (h-k) \cdot \sqrt{d^2 + 16 \cdot (h-k)^2} + d^2 \cdot \ln\left(\frac{\sqrt{d^2 + 16 \cdot (h-k)^2} + 4 \cdot (h-k)}{d}\right)}{8 \cdot (h-k)}$$

con $\begin{cases} h = 2 \text{ m} \\ k = 1{,}6 \text{ m} \\ d = 5 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow y = 0{,}256 \cdot x^2 + 1{,}6$

si ottiene la lunghezza del filo tale che nel punto più basso è 1,6 m:

$\ell \simeq 5{,}084$ m

Quindi la casalinga dovrà mettere un filo lungo 5,08 m, praticamente 8,5 cm in più della distanza tra i pali del filo da stendere. Nella pagina seguente è rappresentata la funzione matematica del filo in questione.


CATENARIA DEL FILO DA STENDERE
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
ALTEZZA [m]
-2,5
-2,0
-1,5
-1,0
-0,5
0,0
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5
SUOLO [m]

INDOVINELLO 21

"A Paola piacciono le ciliegie"

Impostando l'equazione risolutiva ed indicando con Q il numero iniziale di ciliegie contenute nel vaso:

$$Q = 13 + Q \cdot \sum_{n=3}^{5} \frac{1}{n}$$

da cui si ottiene:

$$Q = 13 + \frac{Q}{3} + \frac{Q}{4} + \frac{Q}{5}$$

Esplicitando Q e svolgendo l'equazione si ricava:

$$Q = 13 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\right)^{-1} = 60$$

Quindi il vaso conteneva inizialmente 60 ciliegie e Paola in 3 giorni ne ha mangiato 47.

INDOVINELLO 22

"Somma e prodotto uguali"

Condizioni imposte nel quesito:

$$\begin{cases} x_1, x_2 \in \mathbb{R} \\ x_1 \neq x_2 \neq 0 \end{cases}$$

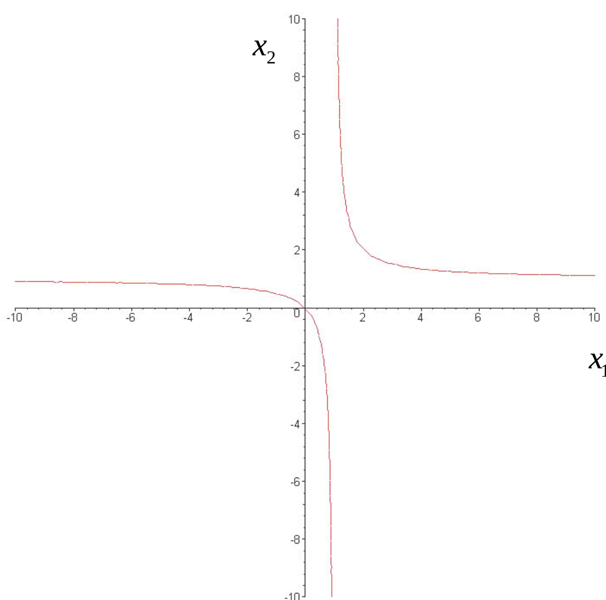
Per cui deve verificarsi:

$$\sum_{n=1}^{i} x_n = \prod_{n=1}^{i} x_n \Leftrightarrow \sum_{n=1}^{i} x_n - \prod_{n=1}^{i} x_n = 0$$

Quindi:

$$x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2 = 0$$

L'equazione di sopra rappresenta una conica (raffigurata nel grafico qui accanto). E' precisamente una iperbole, la cui equazione si ottiene esplicitando una delle due variabili, ad esempio x_2, per cui:



$$x_2 = \frac{x_1}{x_1 - 1}$$

Tutte le coppie di numeri il cui prodotto e somma forniscono lo stesso risultato, giacciono sul tracciato del grafico (rappresentato dal colore rosso).

Per cui assegnando un valore arbitrario in ingresso, per x_1, considerandola variabile indipendente, si ottiene:

$x_1 = 3 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{2}$ infatti: $3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ e $3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

Da notarsi che l'unico numero reale per il quale non è possibile trovare un altro numero reale affinché sia possibile verificare l'equazione $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$, è il numero 1 poiché coincide con l'unico asintoto verticale dell'iperbole in questione, infatti:

$$\lim_{x_1 \to 1^{\pm}} \frac{x_1}{x_1 - 1} = \pm\infty$$

In altre parole, per qualunque numero reale diverso da 1, da 0 (soluzione banale) e da 2 (il cui numero corrispondente è se stesso $x_1 = x_2 = 2$ poiché $2 \cdot 2 = 2 + 2 = 4$) è possibile trovare un altro numero reale tale che se moltiplicati e sommati forniscono il medesimo risultato:

$$\forall x_1 \in \mathbb{R} - \{0;1;2\} \, \exists x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$$

E' importante sottolineare che quanto affermato per la variabile x_1 vale allo stesso modo per l'altra variabile x_2 , poiché l'iperbole è simmetrica rispetto alla coordinata cartesiana (1;1) individuata dall'intersezione dell'asintoto verticale $x_1 = 1$ e orizzontale $x_2 = 1$.

In conclusione si può affermare che le coppie di numeri che soddisfano tale condizione sono infinite, più precisamente vi sono ∞^1 coppie.

INDOVINELLO 23

"Il figliol prodigo"

Generalizzando il problema, ed indicando con:

n Giorni

q somma ricevuta dal giovane €

k somma minima raggiunta €

R rapporto con il quale decrementa la somma iniziale

Si imposta l'equazione risolutiva atta a calcolare in quale giorno il giovane rimarrà con 1 €:

$$R^n \cdot q = k$$

con: $\begin{cases} 0 < R < 1 \\ 0 < k < q \\ n > 0 \end{cases}$

Da cui si ottiene, esplicitando il numero dei giorni n:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{k}{q}\right)}{\ln(R)}$$

con: $\begin{cases} R = \frac{1}{2} \\ q = 1024 \\ k = 1 \end{cases}$

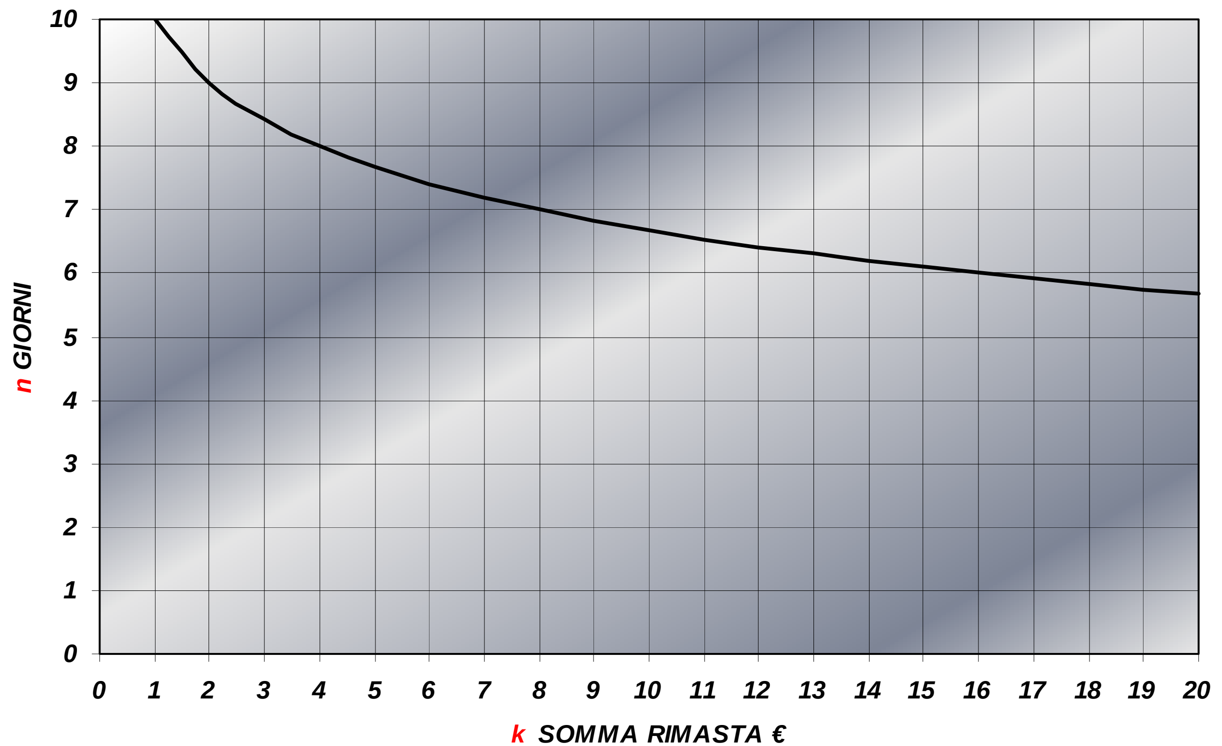
$$n = \frac{\ln\left(\frac{1}{1024}\right)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$n = 10$

Dopo 10 giorni il giovanotto si ritrova alla cifra di 1 €, quindi dall'11esimo giorno rimarrà con meno di 1 €, precisamente con 0,5 €.

Nel grafico sottostante è rappresentata la curva delle spese del giovanotto col trascorrere dei giorni in funzione della somma raggiunta; da notarsi che nei casi limite si ha:

$$\begin{cases} \lim_{k \to 0} n(k) = \lim_{k \to 0^+} \frac{\ln\left(\frac{k}{q}\right)}{\ln(R)} = \infty \\ \lim_{k \to q} n(k) = \lim_{k \to q} \frac{\ln\left(\frac{k}{q}\right)}{\ln(R)} = 0 \\ \lim_{k \to \infty} n(k) = \lim_{k \to \infty} \frac{\ln\left(\frac{k}{q}\right)}{\ln(R)} = -\infty \end{cases}$$



E' evidente che nel giorno "0" il giovanotto ha la somma iniziale di 1024 €:

$R^n \cdot q = k$ con: $n = 0 \Rightarrow k = \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot 1024 = 1024$ €

e con il trascorrere dei giorni, tale somma, si dimezza continuamente in successione geometrica.

INDOVINELLO 24

"L'asino e il mulo"

Indicando con:

x Sacchi portati dall'asino

y Sacchi portati dal mulo

Le condizioni imposte dall'indovinello sono:

$y+1=2\cdot(x-1)$

$y-1=x+1$

Ordinate in sistema, e svolto:

$$\begin{cases} 2\cdot x-y=3 \\ x-y=-2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x=5 \\ y=7 \end{cases}$$

Quindi l'asino porta un carico di 5 sacchi, mentre il mulo porta un carico di 7 sacchi.

INDOVINELLO 25

"Alice e Roberto"

Indicando con:

x Monete di Alice

y Monete di Roberto

q Quantità minima di monete

Le condizioni imposte dall'indovinello sono:

$$x + q = 6 \cdot (y - q)$$

$$\frac{y-q}{3} = y + q$$

Ordinate in sistema, e svolto:

$$\begin{bmatrix} 1 & -6 \\ \frac{1}{3} & -1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -7 \cdot q \\ \frac{4 \cdot q}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \cdot q \\ \frac{11 \cdot q}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x = 15 \cdot q \\ y = \frac{11 \cdot q}{3} \end{cases}$$

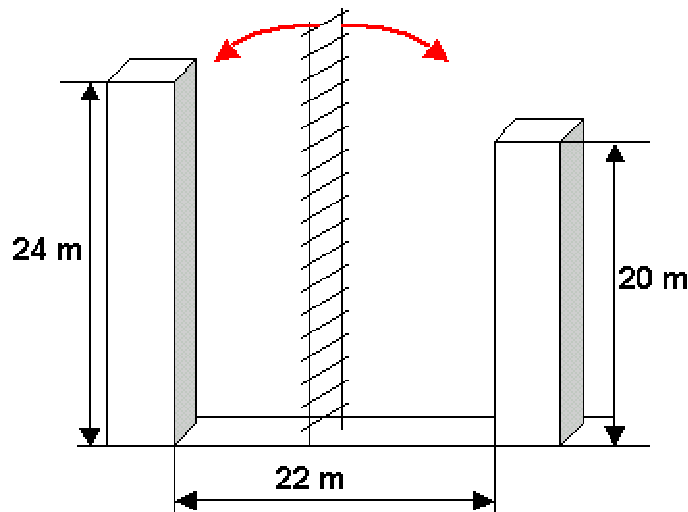
Poiché 3 è un numero primo, la quantità q minima di monete sarà 3; quindi:

$$\begin{cases} x = 45 \\ y = 11 \end{cases}$$

Si conclude che il numero minimo di monete che potrebbe avere Alice è 45.

INDOVINELLO 26

"La scala fra due torri"



Generalizzando il problema si ha:

x Distanza incognita della scala dalla torre più alta

y Lunghezza incognita della scala

ℓ_1 Lunghezza della torre più alta

ℓ_2 Lunghezza della torre più bassa

d Distanza tra le due torri

Tale generalizzazione implica, utilizzando il teorema di Pitagora:

$d - x$ Distanza della scala dalla torre più bassa

$y = \sqrt{x^2 + \ell_1^2}$ Lunghezza della scala

Ovviamente deve verificarsi:

$$\begin{cases} y > \ell_1 \geq \ell_2 \\ y > d \end{cases}$$

Impostando l'equazione risolutiva, utilizzando nuovamente il teorema di Pitagora:

$$\sqrt{x^2 + \ell_1^2} = \sqrt{(d - x)^2 + \ell_2^2}$$

Elevando al quadrato primo e secondo membro ed esplicitando l'incognita x si ricava la distanza della scala dalla torre più alta:

$$x = \frac{d^2 + \ell_2^2 - \ell_1^2}{2 \cdot d}$$

La lunghezza della scala è data da:

$$y = \sqrt{\left(\frac{d^2 + \ell_2^2 - \ell_1^2}{2 \cdot d}\right)^2 + \ell_1^2} = \frac{\sqrt{d^4 + 2 \cdot d^2 \cdot \left(\ell_2^2 + \ell_1^2\right) + \ell_2^2 - 2 \cdot \ell_2^2 \cdot \ell_1^2 + \ell_1^2}}{2 \cdot d}$$

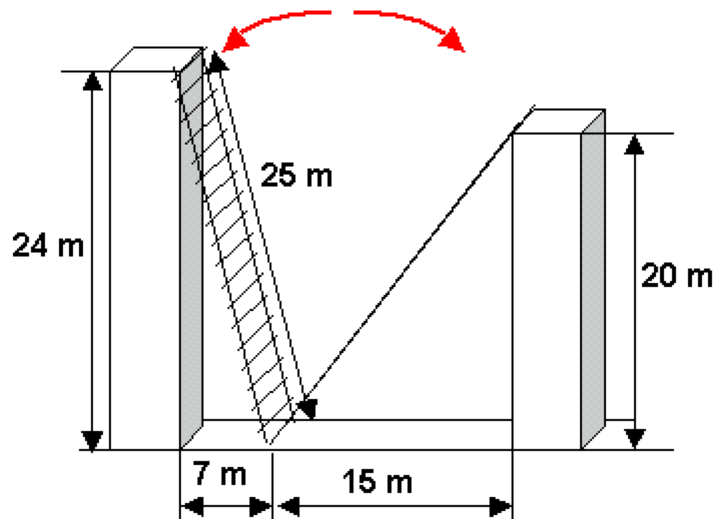
Sostituendo i valori numerici:

$$\begin{cases} \ell_1 = 24 \\ \ell_2 = 20 \\ d = 22 \end{cases}$$

si ottiene il punto del suolo dove deve essere posata una scala, in modo che appoggiata all'una o all'altra torre ne raggiunga esattamente la cima, e la lunghezza della scala stessa:

$$\begin{cases} x = 7 \\ y = 25 \end{cases}$$

Per cui, come indicato dal disegno sottostante, la scala dovrà distare 7 m dalla torre più alta o 15 m dalla torre più bassa e sarà lunga 25 m.



Si può facilmente osservare che nel caso in cui le 2 torri abbiano la medesima altezza, la scala dovrà essere posta nella metà della distanza tra le torri:

$$\lim_{\ell_1 \to \ell_2} \frac{d^2 + \ell_2^2 - \ell_1^2}{2 \cdot d} = \lim_{\ell_2 \to \ell_1} \frac{d^2 + \ell_2^2 - \ell_1^2}{2 \cdot d} = \frac{d}{2}$$

INDOVINELLO 27

Le due torri e la fonte

Analogamente all'indovinello precedente (n°26), si ricava immediatamente la posizione x della fonte rispetto alle torri:

$$x_1 = \frac{d^2 + \ell_2^2 - \ell_1^2}{2 \cdot d}$$

con: $$\begin{cases} \ell_1 = 90 \\ \ell_2 = 80 \\ d = 100 \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{83}{2} = 41,5$$

$$x_2 = d - x_1 = 100 - \frac{83}{2} = \frac{117}{2} = 58,5$$

Per cui la fonte disterà 41,5 braccia dalla torre più alta e 58,5 braccia dalla torre più bassa.

INDOVINELLO 28

"Se tu mi dai una mano…"

Indicando con:

x Tempo impiegato dal padre a tosare da solo il prato

y Tempo impiegato dal figlio a tosare da solo il prato

Impostando il sistema risolutivo si ottengono due iperboli la cui intersezione è la soluzione dell'indovinello:

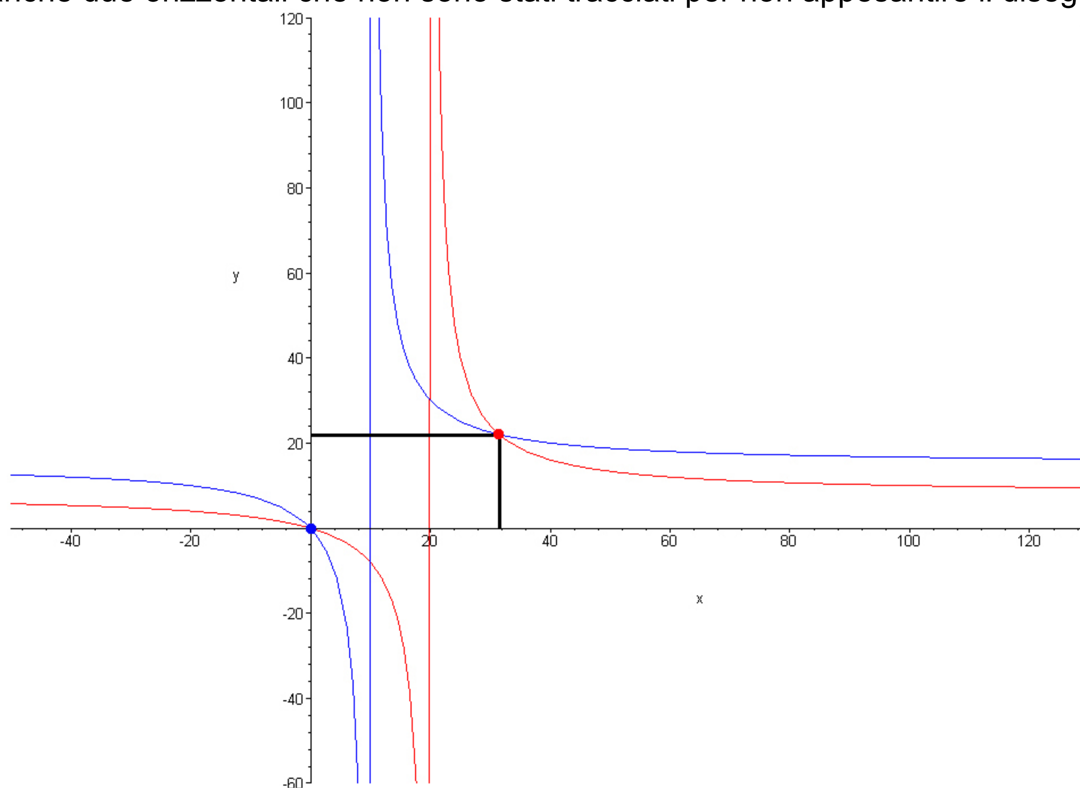
$$\begin{cases} \frac{20}{x}+\frac{8}{y}=1 \\ \frac{10}{x}+\frac{15}{y}=1 \end{cases}$$

$$y=\frac{8\cdot x}{x-20}$$

$$y=\frac{15\cdot x}{x-10}$$

$$\frac{8\cdot x}{x-20}=\frac{15\cdot x}{x-10}\Rightarrow x=\frac{220}{7}\simeq 31,42\Rightarrow y=\frac{8\cdot\frac{220}{7}}{\frac{220}{7}-20}=22$$

Come si evince dal grafico sottostente, l'intersezioni sono due per la presenza della soluzione banale $x=0; y=0$ mentre l'intersezione indicata dal punto rosso è la soluzione dell'indovinello (le linee verticali sono i due asintoti verticali delle rispettive iperboli, ve ne sono anche due orizzontali che non sono stati tracciati per non appesantire il disegno):



Quindi, il padre impiegherà a tosare il prato, da solo, quasi 31 minuti e mezzo, mentre il figlio impiegherà solamente 22 minuti esatti.

INDOVINELLO 29

"Un leone, un leopardo e un ghepardo"

Indicando con:

t_1 Tempo impiegato dal leone per mangiare da solo la zebra

t_2 Tempo impiegato dal leopardo per mangiare da solo la zebra

t_3 Tempo impiegato dal ghepardo per mangiare da solo la zebra

T Tempo impiegato dai 3 predatori per mangiarsi assieme la zebra

Impostando una semplice sommatoria, i tre predatori assieme, in un'ora mangiano:

$$\sum_{n=1}^{3} t_n^{-1} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{37}{60} \simeq 0,617$$

Quindi in un'ora riescono a mangiare poco più della metà di una zebra; per mangiare tutta la zebra impiegano:

$$T = \left(\sum_{n=1}^{3} t_n^{-1} \right)^{-1} = \left(\frac{37}{60} \right)^{-1} \simeq 1,621 \simeq 1h\ 37m$$

Tale sommatoria è una successione *armonica* che all'infinito diverge.

INDOVINELLO 30

"L'eredità dei 35 cammelli"

Soluzione di Gianfranco Bo tratta dalla pagina web:
http://digilander.libero.it/basecinque/numeri/eredita.htm

Poiché 1/2 + 1/3 + 1/9 = 17/18 = 34/36
il notaio aggiunge un suo cammello e consegna
1/2 di 36 = 18 cammelli al primo figlio;
1/3 di 36 = 12 cammelli al secondo figlio;
1/9 di 36 = 4 cammeli al terzo figlio.
In tutto ha consegnato 34 cammelli.
Dunque si riprende il suo cammello e si tiene uno dei 35 cammelli come ricompensa.
Il bello della storia è che nessun figlio protesta per l'audacia del calcolo, in quanto tutti hanno ricevuto più del dovuto!

INDOVINELLO 31

"Il cavallo stanco"

Si può subito calcolare lo spazio percorso nel j-esimo giorno indicando con k il tragitto totale del cavallo (Km) e con i la durata complessiva in giorni del tragitto:

$$s_j = \frac{k}{\left(\sum_{n=0}^{i-1} \frac{1}{2^n}\right) \cdot \left(2^{j-1}\right)} = \frac{2^{i-j} \cdot k}{2^i - 1}$$

Il primo giorno il cavallo ha percorso:

$$s_1 = \frac{2^6 \cdot 700}{2^7 - 1} = \frac{44800}{127} \simeq 352,75 \text{ Km}$$

mentre per i 6 giorni successivi:

$$s_2 = \frac{s_1}{2} = \frac{\frac{44800}{127}}{2} = \frac{22400}{127} \simeq 176,38 \text{ Km}$$

$$s_3 = \frac{s_2}{2} = \frac{s_1}{4} = \frac{\frac{44800}{127}}{4} = \frac{11200}{127} \simeq 88,19 \text{ Km}$$

$$s_4 = \frac{s_3}{2} = \frac{s_1}{8} = \frac{\frac{44800}{127}}{8} = \frac{5600}{127} \simeq 44,09 \text{ Km}$$

$$s_5 = \frac{s_4}{2} = \frac{s_1}{16} = \frac{\frac{44800}{127}}{16} = \frac{2800}{127} \simeq 22,05 \text{ Km}$$

$$s_6 = \frac{s_5}{2} = \frac{s_1}{32} = \frac{\frac{44800}{127}}{32} = \frac{1400}{127} \simeq 11,02 \text{ Km}$$

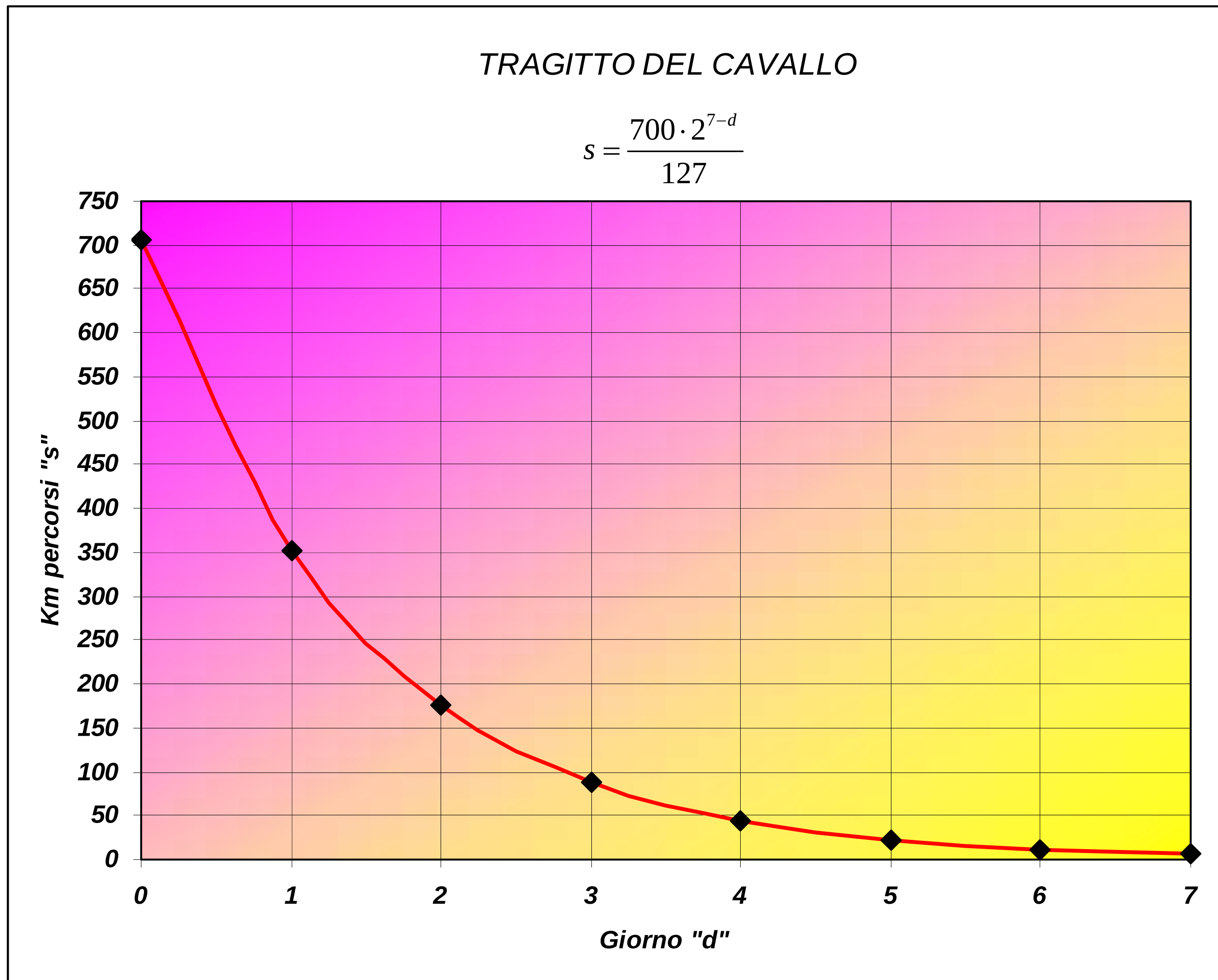
$$s_7 = \frac{s_6}{2} = \frac{s_1}{64} = \frac{\frac{44800}{127}}{64} = \frac{700}{127} \simeq 5,51 \text{ Km}$$

Tuttavia, il tragitto percorso dal cavallo in ognuno dei 6 giorni (successivi al primo giorno) si può alternativamente calcolare utilizzando la formula generica per il j-esimo giorno, utilizzata per determinare i Km percorsi dal cavallo il primo giorno (s_1); per semplicità è più conveniente calcolare lo spazio percorso un determinato giorno dividendo per 2 lo spazio percorso il giorno precedente e così via. E' evidente che se la durata del tragitto fosse più lunga e servisse sapere i Km percorsi dal cavallo in un determinato giorno, sarà decisamente più rapido applicare la formula generale per il j-esimo giorno.

A conferma di quanto scritto, la somma dei percorsi parziali dei 7 giorni fornisce come somma il percorso totale che è di 700 Km:

$$\sum_{j=1}^{i} s_j = k \Rightarrow \sum_{n=1}^{7} s_n = 700$$

Fornendo una rappresentazione grafica del percorso del cavallo in funzione di un dato giorno, sia ha:



Tale curva è una funzione esponenziale:

$$y(x) = a \cdot b^{c \cdot x}$$

in cui $\begin{cases} a = \dfrac{89600}{127} \\ b = 2 \\ c = -1 \end{cases}$

INDOVINELLO 32

"Dilapidare la ricchezza"

Indicando con:

S Soldi rimasti dopo n giorni

n Giorni

q Somma posseduta dall'uomo inizialmente €

R Rapporto con il quale decrementa la somma iniziale

si imposta l'equazione risolutiva:

$S = q \cdot (1-R)^{n-1}$ con: $\begin{cases} 0 < R < 1 \\ n \geq 1 \end{cases}$

e sostituendo i valori numerici:

$$\begin{cases} R = \dfrac{1}{10} \\ q = 1.000.000 \\ n = 12 \end{cases}$$

si ottiene:

$S \simeq 313.810$ €

Praticamente in 12 giorni ha speso:

$q - S \simeq 686.189$ €

La somma posseduta dall'uomo decrementa in successione geometrica come avviene nell'indovinello n°6 "lo strano parcheggiatore" e nel n°23 "il figliol prodigo".

INDOVINELLO 33

"Un filo intorno alla Terra"

Indicando con:

λ Circonferenza terrestre

k Incremento arbitrario mediante il filo

r Raggio terrestre

r' Raggio dell'anello posto a distanza costante dalla superficie terrestre

ΔR Differenza tra i raggi r e r'

si ha:

$$\lambda = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow r = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi}$$

$$\lambda + k = 2 \cdot \pi \cdot r' \Rightarrow r' = \frac{\lambda + k}{2 \cdot \pi}$$

$$\Delta R = r' - r = \frac{\lambda + k}{2 \cdot \pi} - \frac{\lambda}{2 \cdot \pi} = \frac{k}{2 \cdot \pi}$$

con: $k = 1$ m $\Rightarrow \Delta R = \frac{1}{2 \cdot \pi} \simeq 0{,}16$ m $\simeq 16$ cm

Quindi, il gatto ha a disposizione circa 16 cm in altezza per passare tra l'anello posto a distanza costante dalla superficie terrestre e la superficie stessa; in tale spazio un qualunque gatto può passarci agevolmente, per cui la risposta all'indovinello è sicuramente affermativa.

Da notarsi che la differenza tra i raggi r e r', cioè ΔR, è funzione del solo incremento arbitrario mediante il filo, cioè k, mentre la lunghezza della circonferenza non influenza il valore di ΔR, infatti:

$$\Delta R = f(k) = \frac{k}{2 \cdot \pi}$$

Inoltre ΔR e k sono direttamente proporzionali, quindi all'aumentare di k vi è un incremento proporzionale di ΔR, e la rappresentazione geometrica che lega le due variabili è una retta passante per l'origine degli assi cartesiani con una pendenza positiva di circa 9° sessagesimali.

INDOVINELLO 34

"Se io avessi venduto tante uova come te..."

Generalizzando il problema, ed indicando con:

x Uova vendute da Alda

y Uova vendute da Berta

u Prezzo cadauna delle uova di Alda

w Prezzo cadauna delle uova di Berta

k Totale delle uova vendute tra Alda e Berta

P_1 Somma ricavata dalla ipotetica vendita delle uova di Berta al prezzo delle uova di Alda

P_2 Somma ricavata dalla ipotetica vendita delle uova di Alda al prezzo delle uova di Berta

Si imposta il sistema risolutivo composto da 4 equazioni e 4 incognite, ma tale sistema non è lineare, per cui non si potrà ricorrere all'uso della matrice inversa, piuttosto si dovrà usare il metodo per sostituzione:

$$\begin{cases} x+y=k \\ u\cdot x=w\cdot y \\ u\cdot y=P_1 \\ w\cdot x=P_2 \end{cases}$$

$$IV:\ w=\frac{P_2}{x}\Rightarrow III:\ u=\frac{P_1}{y}\Rightarrow II:\ \frac{P_1}{y}\cdot x=\frac{P_2}{x}\cdot y\Rightarrow y=x\cdot\sqrt{\frac{P_1}{P_2}}\Rightarrow I:\ x+x\cdot\sqrt{\frac{P_1}{P_2}}=k\Rightarrow x=\frac{k}{\sqrt{\frac{P_1}{P_2}}+1}=\frac{k\cdot P_2\cdot\left(\sqrt{\frac{P_1}{P_2}}-1\right)}{P_1-P_2}$$

$$x=\frac{k\cdot P_2\cdot\left(\sqrt{\frac{P_1}{P_2}}-1\right)}{P_1-P_2}\Rightarrow I:\ y=k-x\Rightarrow y=\frac{k\cdot\left(P_2\cdot\sqrt{\frac{P_1}{P_2}}-P_1\right)}{P_1-P_2}$$

$$III:\ u=\frac{P_1}{y}\Rightarrow u=\frac{P_1\cdot\left(P_2-P_1\right)\cdot\left(P_2\cdot\sqrt{\frac{P_1}{P_2}}+P_1\right)}{k\cdot\left(P_1\cdot P_2-P_1^2\right)}$$

$$IV:\ w=\frac{P_2}{x}\Rightarrow w=\frac{P_2\cdot\left(P_1-P_2\right)\cdot\left(\sqrt{\frac{P_1}{P_2}}+1\right)}{k\cdot\left(P_1-P_2\right)}$$

$$\begin{cases} x=\dfrac{k\cdot\left(\sqrt{P_1\cdot P_2}-P_2\right)}{P_1-P_2} \\ y=\dfrac{k\cdot\left(\sqrt{P_1\cdot P_2}-P_1\right)}{P_1-P_2} \\ u=\dfrac{\sqrt{P_1\cdot P_2}+P_1}{k} \\ w=\dfrac{\sqrt{P_1\cdot P_2}+P_2}{k} \end{cases}\quad \text{con: } \begin{cases} P_1>0 \\ P_2>0 \\ P_1\neq P_2 \\ k>0 \end{cases}$$

Altrimenti, in forma numerica:

$$\begin{cases} x+y=100 \\ u\cdot x=w\cdot y \\ u\cdot y=18 \\ w\cdot x=8 \end{cases}$$

$$IV:\ w=\frac{8}{x}\Rightarrow III:\ u=\frac{18}{y}\Rightarrow II:\ \frac{18}{y}\cdot x=\frac{8}{x}\cdot y\Rightarrow y=\frac{3\cdot x}{2}\Rightarrow I:\ x+\frac{3\cdot x}{2}=100\Rightarrow x=40$$

$$x=40\Rightarrow I:\ y=100-x\Rightarrow y=60$$

$$III:\ u=\frac{18}{y}\Rightarrow u=\frac{18}{60}=\frac{3}{10}=0,3\text{ €}$$

$$IV:\ w=\frac{8}{x}\Rightarrow w=\frac{8}{40}=\frac{1}{5}=0,2\text{ €}$$

$$\begin{cases} x=40 \\ y=60 \\ u=0,3 \\ w=0,2 \end{cases}$$

In alternativa, è più semplice sostituire i corrispondenti valori numerici di P_1 e P_2 nelle formule precedentemente calcolate, e determinare così direttamente i valori di x, y, u e w, senza ricorrere alla risoluzione di un sistema non lineare a 4 equazioni e 4 incognite.

In conclusione Alda ha portato 40 uova e le ha vendute a 0,3 € cadauna, mentre Berta ha portato 60 uova e le ha vendute a 0,2 € cadauna. Come si può facilmente verificare, Alda e Berta hanno guadagnato la stessa cifra di 12 € a testa per un totale di 24 €:

$$u\cdot x=w\cdot y\Rightarrow 0,3\cdot 40=0,2\cdot 60\Rightarrow 12=12$$

INDOVINELLO 35

"Se io avessi venduto tante uova come te... – Parte II"

Impostando l'equazione che fornisce il guadagno totale delle uova vendute da Alda e Berta, si ha:

$Z_T = u \cdot x + w \cdot y$

a cui vanno sostituiti i valori simbolici di x, y, u e w già calcolati nell'indovinello precedente (n°34), cioè:

$$\begin{cases} x = \dfrac{k \cdot \left(\sqrt{P_1 \cdot P_2} - P_2 \right)}{P_1 - P_2} \\ y = \dfrac{k \cdot \left(\sqrt{P_1 \cdot P_2} - P_1 \right)}{P_1 - P_2} \\ u = \dfrac{\sqrt{P_1 \cdot P_2} + P_1}{k} \\ w = \dfrac{\sqrt{P_1 \cdot P_2} + P_2}{k} \end{cases}$$

con: $\begin{cases} P_1 > P_2 > 0 \\ k > 0 \end{cases}$

Per cui si ottiene, dopo alcuni passaggi, il guadagno totale delle uova vendute da Alda e Berta in funzione delle due somme ricavate dalle ipotetiche vendite delle uova di Berta al prezzo delle uova di Alda e viceversa:

$Z_T \left(P_1; P_2 \right) = 2 \cdot \sqrt{P_1 \cdot P_2}$

Da notarsi che la somma delle uova vendute, cioè k, non influenza minimante la Z_T poiché non compare nell'espressione appena calcolata. E' facile verificare la correttezza di quanto ottenuto sostituendo i valori numerici dell'indovinello precedente (n°34):

$Z_T = u \cdot x + w \cdot y = 0,3 \cdot 40 + 0,2 \cdot 60 = 24$ €

$Z_T = 2 \cdot \sqrt{P_1 \cdot P_2} = 2 \cdot \sqrt{18 \cdot 8} = 24$ €

Da cui:

$Z_T = u \cdot x + w \cdot y = 2 \cdot \sqrt{P_1 \cdot P_2}$

In figura 1 e 2 vi è la rappresentazione grafica tridimensionale del guadagno complessivo di Alda e Berta in funzione di P_1 e P_2; più precisamente, la figura 1 è la rappresentazione assonometrica dell'equazione, mentre in figura 2 tale equazione è disegnata mediante curve di livello con una differenza di 2 (euro) tra una curva e l'altra (in pratica è la vista dall'alto della fig.1). Assegnando i valori numerici dell'indovinello precedente (n°34), cioè $P_1 = 18$ e $P_2 = 8$, ricavo graficamente il guadagno complessivo delle due ovivendole (fig.2); inoltre, tutti gli infiniti valori da assegnare a P_1 e P_2 affinché Z_T equivalga a 24 (euro) giacciono sulla medesima curva di livello $Z_T = 24$.

La direzione in cui aumenta più rapidamente il guadagno totale delle uova vendute da Alda e Berta, è data dal *vettore gradiente*:

$$\nabla Z_T \left(P_1; P_2 \right) = \frac{\partial Z_T}{\partial P_1} \mathbf{i} + \frac{\partial Z_T}{\partial P_2} \mathbf{j} = \frac{\sqrt{P_1 \cdot P_2}}{P_1} \mathbf{i} + \frac{\sqrt{P_1 \cdot P_2}}{P_2} \mathbf{j}$$

Mentre attraverso la *derivata direzionale* si determina la rapidità di aumento in tale direzione:

$$\left|\nabla Z_T\left(P_1;P_2\right)\right| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{P_1 \cdot P_2}}{P_1}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{P_1 \cdot P_2}}{P_2}\right)^2} = \frac{\sqrt{\left(P_1^2 + P_2^2\right) \cdot P_1 \cdot P_2}}{P_1 \cdot P_2}$$

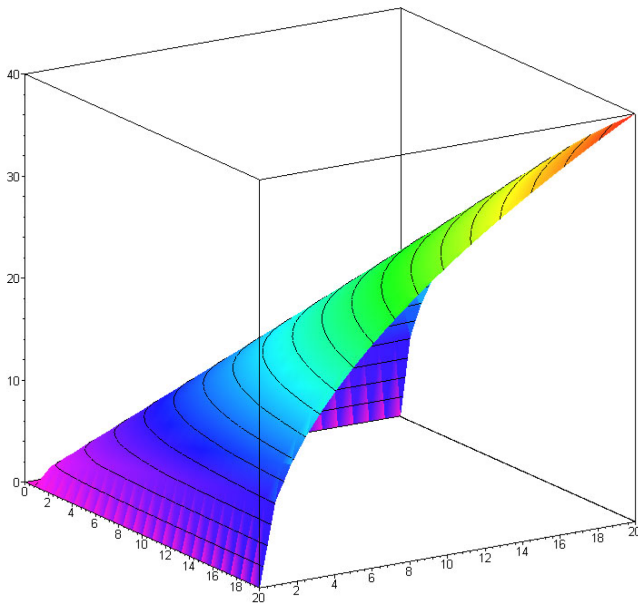


Fig.1

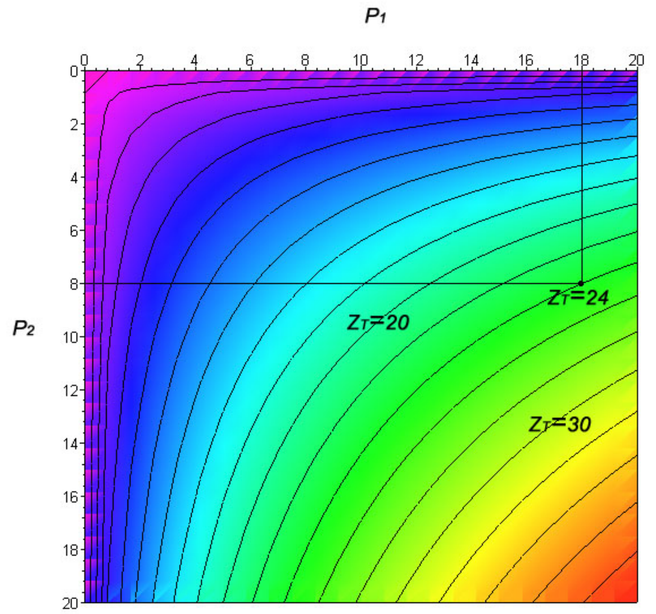


Fig.2

INDOVINELLO 36

"Rompicapo bovino"

Generalizzando il problema, ed indicando con:

x Mucche comprate da Aldo

y Mucche comprate da Baldo

u Prezzo cadauna delle mucche di Aldo

w Prezzo cadauna delle mucche di Baldo

k Numero complessivo delle mucche comprate da Aldo e Berto

P_1 Somma ricavata dall'ipotetico acquisto delle mucche di Aldo al prezzo di quelle di Berto

P_2 Somma ricavata dall'ipotetico acquisto delle mucche di Berto al prezzo di quelle di Aldo

Z_T Somma complessiva spesa da Aldo e Berto per l'acquisto delle mucche

e sfruttando quanto già ricavato nei 2 indovinelli precedenti (n°34 e n°35), si ha:

$$\begin{cases} u \cdot x + w \cdot y = Z_T = 700 \\ u \cdot x = w \cdot y = 350 \\ u \cdot y = P_1 = 250 \\ w \cdot x = P_2 \end{cases}$$

$$Z_T = 2 \cdot \sqrt{P_1 \cdot P_2}$$

In questo indovinello, al contrario dei due citati, l'incognita è una delle P_n, non la somma complessiva Z_T del guadagno di Aldo e Berto, che è nota; per cui:

$$Z_T = 2 \cdot \sqrt{P_1 \cdot P_2} \Rightarrow P_2 = \frac{Z_T^2}{4 \cdot P_1}$$

e sostituendo i valori numerici:

$$P_2 = \frac{Z_T^2}{4 \cdot P_1} = \frac{700^2}{4 \cdot 250} = 490$$

Concludendo, Baldo, se avesse comprato al prezzo di Aldo, avrebbe pagato per l'acquisto delle mucche, complessivamente, 490 €.

INDOVINELLO 37

"Il viaggiatore"

Indicando con x_n i Km percorsi dall'uomo sino a un generico giorno, si nota che:

$x_1 = 3^0 = 1$

$x_2 = 3^1 + 3^0 = 4$

$x_3 = 3^2 + 3^1 + 3^0 = 13$

$x_4 = 3^3 + 3^2 + 3^1 + 3^0 = 40$

$x_5 = 3^4 + 3^3 + 3^2 + 3^1 + 3^0 = 121$

....

$$x_n = \sum_{n=0}^{i} 3^n$$

Generalizzando il problema, per il calcolo dei Km percorsi S , si imposta e si calcola:

$$S = \sum_{n=1}^{i} q^{n-1} = \frac{q^i - 1}{q - 1}$$

con $q > 0$

Per il calcolo dei Km percorsi in 5 giorni e mezzo:

con $\begin{cases} q = 3 \\ i = 5,5 = \dfrac{11}{2} \end{cases}$

$$S = \frac{q^i - 1}{q - 1} = \frac{3^{\frac{11}{2}} - 1}{3 - 1} = \frac{243 \cdot \sqrt{3} - 1}{2} \simeq 209,94$$

L'uomo in 5 giorni e mezzo avrà percorso 209,944 Km.

INDOVINELLO 38

"Il viaggiatore – Parte II"

Sfruttando quanto già ottenuto nell'indovinello precedente (n°37) e sostituendo nella formula risolutiva ottenuta, i valori numerici:

$$S = \frac{q^i - 1}{q - 1} \Rightarrow i = \frac{\ln(q \cdot S - S + 1)}{\ln(q)}$$

con $\begin{cases} q = 3 \\ S = 40.000 \end{cases}$

$$S = \frac{\ln(80001)}{\ln(3)} \simeq 10,27$$

$$v = \frac{40.000}{10,27 \cdot 24} \simeq 162,2 \ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

L'uomo impiegherà 10,27 giorni per fare il giro completo intorno alla Terra e alla velocità di 162,2 Km/h. E' quindi molto probabile che abbia usato una automobile!

INDOVINELLO 39

"Cin Cin"

In una tavolata di dieci persone quanti cin cin vengono fatti se ognuno lo fa con ciascun altro una sola volta?

Indicando con n un numero generico di persone facenti parte della tavolata, si ottiene il numero N di cin cin fatti:

$$N = \sum_{j=1}^{n} (j-1) = \frac{n \cdot (n-1)}{2}$$

poiché la tavolata è composta da 10 persone, il numero totale di cin cin fatti è:

$$N = \frac{n \cdot (n-1)}{2} = \frac{10 \cdot (10-1)}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

Le 10 persone facenti parte della tavolata faranno 45 cin cin!

INDOVINELLO 40

"Una gallina e mezza"

La gallina produrrà le uova alla velocità v_U di 1 uovo/giorno:

$$v_U = \frac{U}{d} = \frac{1,5}{1,5} = 1$$

Quindi in 6 giorni produrrà 6 uova, ma in totale la gallina (intera) farà meno uova, infatti indicandole con U_g:

$$U_g = 6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = 4$$

Per cui la gallina in questione farà in tutto 4 uova.

INDOVINELLO 41

"Dieci sacchetti da dieci monete"

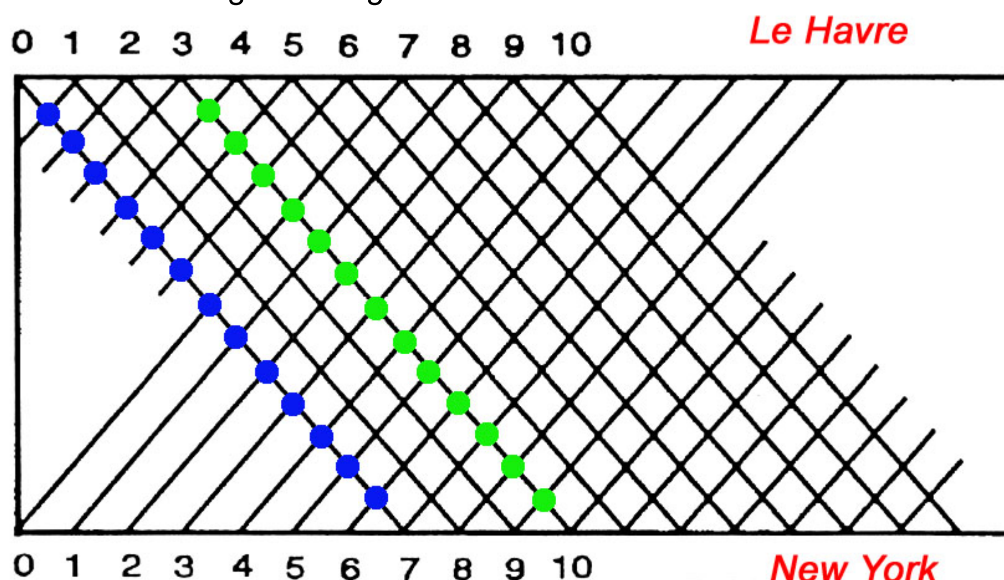
Soluzione di Francesco Marino tratta dalla pagina web:
http://digilander.libero.it/basecinque/introduz/topten.htm

Ci sono 9 sacchetti che contengono 10 monete da 1g l'una e un sacchetto che contiene 10 monete da 0,1g perciò il peso complessivo dei sacchetti sarebbe di $(9 \cdot 10 \cdot 1)$g + $(1 \cdot 10 \cdot 0,1)$g quindi in totale 91 g.
Ora, se noi togliessimo delle monete dai sacchetti con questo ordine: nessuna dal primo sacchetto, 1 dal secondo, 2 dal terzo e via dicendo fino al decimo sacchetto dal quale estrarremmo 9 monete noi sapremmo di aver eliminato dalla pesata 45 monete .
Se le monete estratte fosse tutte di egual peso, vale a dire da 1 grammo la nostra pesata dovrebbe dare come risultato i 91g totali meno i 45g delle monete estratte, ovvero 46g.
Quindi potremmo calcolare prima della pesata l'ipotetico risultato per tutti i casi di monete incriminate sottratte ai sacchetti con la semplice seguente formula dove "n" sta per il numero di monete "incriminate" sottratte dal loro sacchetto: $46+(n \cdot 1)-(n \cdot 0,1)$ ed otterremmo i seguenti risultati (nessuna moneta estratta 46 g):
per 1 moneta 46,9g
per 2 monete 47,8g
per 3 monete 48,7g
per 4 monete 49,6g
per 5 monete 50,5g
per 6 monete 51,4g
per 7 monete 52,3g
per 8 monete 53,2g
per 9 monete 54,1g
Quindi una volta pesati i dieci sacchetti (sempre ipotizzando che i sacchetti intesi come contenitori di monete non abbiano un peso) non ci resta che confrontare la pesata con i risultati sopra ottenuti per sapere quante monete sono state estratte dal sacchetto di monete più leggere.

INDOVINELLO 42

"Traversate transatlantiche"

Quando Edouard Lucas (Francia 1842 – 1891) propose il quesito durante un congresso scientifico, qualcuno degli ascoltatori rispose immediatamente: sette! La maggior parte dei matematici rimase in silenzio, sembrando sorpresi. Nessuno diede la risposta corretta illustrata chiaramente nel grafico seguente:



Le intersezioni rappresentano i transatlantici incrociati da un transatlantico che parte da Le Havre per raggiungere in sette giorni New York o viceversa.
Il numero delle intersezioni è 13, quindi un transatlantico che parte a mezzogiorno da Le Havre diretto verso New York in un tragitto che durerà 7 giorni, incrocerà lungo il cammino 13 transatlantici partiti anch'essi a mezzogiorno e in giorni consecutivi.
Questo aneddoto, assolutamente autentico, contiene due insegnamenti. Intanto mostra come si debba essere indulgenti e pazienti con gli allievi che non capiscono al volo quelle che sono per loro delle novità; inoltre, evidenzia la grande utilità delle rappresentazioni grafiche.

INDOVINELLO 43

"Tre rubinetti"

Indicando genericamente con t il tempo impiegato dagli $i=3$ rubinetti per riempire contemporaneamente la vasca, si ha:

$$t\cdot\sum_{n=1}^{i}\frac{n}{x}=1\Rightarrow t\cdot\frac{i\cdot(i+1)}{2\cdot x}=1\Rightarrow x=\frac{i\cdot t\cdot(i+1)}{2}$$

$$x=\frac{i\cdot t\cdot(i+1)}{2}\Rightarrow x=\frac{3\cdot 2\cdot(3+1)}{2}=12$$

$$\begin{cases} x_1=x=12 \\ x_2=\dfrac{x}{2}=6 \\ x_3=\dfrac{x}{3}=4 \end{cases}$$

perciò il primo rubinetto riempirà la vasca in 12 minuti, il secondo rubinetto in 6 minuti e il terzo rubinetto in 4 minuti.

INDOVINELLO 44

"La botte che si svuota"

Analogamente all'indovinello n°37 "Il viaggiatore" si calcola il tempo necessario per svuotare una botte:

$T = \sum_{n=1}^{i} q^{n-1} = \frac{q^i - 1}{q - 1} = \frac{2^{9,5-1} - 1}{2 - 1} \simeq 723$ h $\simeq 30$ giorni

La botte sarà svuotata in un mese (30 giorni).

INDOVINELLO 45

"Gli ebrei in Egitto"

Generalizzando il problema, ed indicando con:

P Popolazione dopo n generazioni

P_i Popolazione iniziale

q Ragione

n Numero di generazioni

si imposta l'equazione risolutiva per determinare la popolazione degli ebrei in Egitto dopo n generazioni:

$$P = P_i \cdot q^{n-1}$$

$$P = 210 \cdot 3^{\frac{225}{25}-1} = 1.377.810$$

Quindi, dopo 225 anni, in Egitto vi saranno 1.377.810 milioni di Ebrei.

INDOVINELLO 46

"Adamo ed Eva"

Indicando con N il numero dei figli e con n il numero delle generazioni, si ottiene:

$N = 2^n = 2^{\frac{500-100}{20}} = 2^{20} = 1.048.576$

Adamo, ebbe in 500 anni 1.048.576 discendenti.

INDOVINELLO 47

"La lumaca"

Generalizzando il problema, ed indicando con:

k Profondità del pozzo

δ Avanzamento quotidiano

γ Arretramento quotidiano

x_1 Spazio percorso il primo giorno

x_2 Spazio percorso il secondo giorno

x_3 Spazio percorso il terzo giorno

$$k > \delta > \gamma > \Delta d$$
$$\Delta d = \delta - \gamma$$
$$x_1 = \Delta d$$
$$x_2 = 2 \cdot \Delta d$$
$$x_3 = (2 \cdot \Delta d + \delta) - \gamma \Rightarrow 2 \cdot \Delta d + \delta \geq k$$
$$2 \cdot \Delta d + \delta \geq k \Rightarrow 2 \cdot 1 + 3 = k$$

Per cui, la lumaca impiegherà 3 giorni per risalire il pozzo.

INDOVINELLO 48

"Quanto pesano i ragazzi?"

Indicando genericamente con:

x_1 Peso di Aldo

x_2 Peso di Baldo

x_3 Peso di Carlo

x_4 Peso di Diego

x_5 Peso di Franco

P_T Peso totale dei cinque ragazzi

P_a Somma tra il peso di Aldo e di Baldo

P_b Somma tra il peso di Aldo e di Carlo

P_c Somma tra il peso di Aldo e di Diego

P_d Somma tra il peso di Aldo e di Franco

Le condizioni imposte dall'indovinello sono le seguenti.

$$\sum_{n=1}^{5} x_n = P_T$$

$$x_1 + x_2 = P_a$$

$$x_1 + x_3 = P_b$$

$$x_1 + x_4 = P_c$$

$$x_1 + x_5 = P_d$$

Inserite in un sistema di equazioni lineare e svolto, si ha:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = P_T \\ x_1 + x_2 = P_a \\ x_1 + x_3 = P_b \\ x_1 + x_4 = P_c \\ x_1 + x_5 = P_d \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} P_T \\ P_a \\ P_b \\ P_c \\ P_d \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} P_a + P_b + P_c + P_d - P_T \\ 2 \cdot P_a + P_T - P_b - P_c - P_d \\ 2 \cdot P_b + P_T - P_a - P_c - P_d \\ 2 \cdot P_c + P_T - P_a - P_b - P_d \\ 2 \cdot P_d + P_T - P_a - P_b - P_c \end{bmatrix}$$

Assegnando alle costanti simboliche il loro valore numerico:

$$\begin{cases} P_T = 213 \\ P_a = 78 \\ P_b = 84 \\ P_c = 67 \\ P_d = 89 \end{cases}$$

e sostituendo tali valori nel *vettore soluzione*:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{P_a + P_b + P_c + P_d - P_T}{3} = 35 \\ x_2 = \dfrac{2 \cdot P_a + P_T - P_b - P_c - P_d}{3} = 43 \\ x_3 = \dfrac{2 \cdot P_b + P_T - P_a - P_c - P_d}{3} = 49 \\ x_4 = \dfrac{2 \cdot P_c + P_T - P_a - P_b - P_d}{3} = 32 \\ x_5 = \dfrac{2 \cdot P_d + P_T - P_a - P_b - P_c}{3} = 54 \end{cases}$$

Concludendo, Aldo pesa 35 Kg, Baldo 43 Kg, Carlo 49 Kg, Diego 32 Kg e Franco 54 Kg.

INDOVINELLO 49

"L'oste disonesto e recidivo"

Indicando genericamente con:

k_n Litri di vino bevuti dall'oste

h Litri di acqua aggiunti dall'oste equivalenti ai litri di vino bevuti

q Litri di vino contenuti inizialmente nel barile

n Numero di volte che sostituisce il vino bevuto con l'acqua

si imposta l'equazione globale:

$$k_n = h \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{q-h}{q} \right)^{i-1} \Rightarrow k_n = h \cdot \frac{q \cdot \left(1 - (h-q)^n \cdot \left(-\frac{1}{q} \right)^n \right)}{h}$$

$$k_n = q + (h-q)^n \cdot \left(-\frac{1}{q} \right)^{n-1}$$

con: $\begin{cases} q = 360 \\ h = 6 \\ n = 3 \end{cases}$

$$k_n = 360 + (6-360)^3 \cdot \left(-\frac{1}{360} \right)^{3-1} = \frac{10621}{600} \simeq 17,7$$

Concludendo, l'oste disonesto e ubriacone avrà bevuto complessivamente 17,7 litri di vino.

INDOVINELLO 50

"La scimmia e le noci di cocco"

Quest'ultimo indovinello, apparentemente semplice, è invece probabilmente il più complesso di tutti quelli esposti in questa raccolta. Lo stesso grande matematico del '900, Martin Gardner, se ne occupato nel suo celebre libro "Enigmi e giochi matematici" (da pagina 236 a pagina 241); infatti riporterò anche l'elegante soluzione da lui proposta e illustrata nel libro citato.

1) Prima soluzione:

indicando con:

n	Numero totale delle noci di cocco
x_1	Suddivisione del primo marinaio
x_2	Suddivisione del secondo marinaio
x_3	Suddivisione del terzo marinaio
x_4	Suddivisione del quarto marinaio
x_5	Suddivisione del quinto marinaio
x_6	Ultima suddivisione
m	Numero dei mucchi fatti inizialmente
k	Numero delle noci di cocco date ogni volta alla scimmia come resto

si ha, in forma numerica e simbolica:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{n-1}{5} \\ x_2 = \dfrac{4\cdot x_1 - 1}{5} \\ x_3 = \dfrac{4\cdot x_2 - 1}{5} \\ x_4 = \dfrac{4\cdot x_3 - 1}{5} \\ x_5 = \dfrac{4\cdot x_4 - 1}{5} \\ x_6 = \dfrac{4\cdot x_5 - 1}{5} \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 = \dfrac{n-k}{m} \\ x_2 = \dfrac{(m-1)\cdot x_1 - k}{m} \\ x_3 = \dfrac{(m-1)\cdot x_2 - k}{m} \\ x_4 = \dfrac{(m-1)\cdot x_3 - k}{m} \\ x_5 = \dfrac{(m-1)\cdot x_4 - k}{m} \\ x_6 = \dfrac{(m-1)\cdot x_5 - k}{m} \end{cases}$$

Inseriti in una matrice, si ottiene, per la forma numerica:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{4}{5} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{4}{5} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{4}{5} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{5} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{5} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{n-1}{5} \\ -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{n-1}{5} \\ \frac{4\cdot n-9}{25} \\ \frac{16\cdot n-61}{125} \\ \frac{64\cdot n-369}{625} \\ \frac{256\cdot n-2101}{3125} \\ \frac{1024\cdot n-11529}{15625} \end{bmatrix}$$

Per la forma simbolica:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1-m}{m} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1-m}{m} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-m}{m} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-m}{m} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-m}{m} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{n-k}{m} \\ -\frac{k}{m} \\ -\frac{k}{m} \\ -\frac{k}{m} \\ -\frac{k}{m} \\ -\frac{k}{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{n-k}{m} \\ \frac{n\cdot(m-1)-k\cdot(2\cdot m-1)}{m^2} \\ \frac{n\cdot(m-1)^2-k\cdot(3\cdot m^2-3\cdot m+1)}{m^3} \\ \frac{n\cdot(m-1)^3-k\cdot(4\cdot m^3-6\cdot m^2+4\cdot m+1)}{m^4} \\ \frac{n\cdot(m-1)^4-k\cdot(5\cdot m^4-10\cdot m^3+10\cdot m^2-5\cdot m+1)}{m^5} \\ \frac{n\cdot(m-1)^5-k\cdot(6\cdot m^5-15\cdot m^4+20\cdot m^3-15\cdot m^2+6\cdot m-1)}{m^6} \end{bmatrix}$$

Ovviamente se alla forma simbolica, quindi generica, si sostituiscono i valori numerici tali per cui: $m=5$ e $k=1$ si ritorna all'espressione in forma numerica.
Da notarsi che la matrice inversa è pari a una matrice triangolare inferiore in cui:

$$T=\left[a_{ij}\right]=\left(\frac{m-1}{m}\right)^{i-j} \text{ con } a_{ij}=0 \text{ per } i<j$$

Dall'ultima suddivisione, cioè:

$$x_6=\frac{1024\cdot n-11529}{15625}$$

bisogna trovare il numero più piccolo da sostituire a n affinché x_6 sia un intero positivo:

$$x_6\in\mathbb{Z}^+$$

è evidente che tale numero è multiplo di 4,16,64,256 e 1024 ma a meno di uno, per cui tale numero è 1023:

$$x_6=1023=\frac{1024\cdot n-11529}{15625}\Rightarrow n=15621$$

Quindi il numero minimo di noci che i 5 marinai avevano raccolto è 15621.

2) Seconda soluzione:

tratta dalla pagina web http://digilander.libero.it/basecinque/numeri/scimcocco.htm

Esiste anche una semplice ed elegante soluzione, che coinvolge il concetto di “noce negativa” per risolvere l'equazione diofantea. Osserviamo innanzitutto che, poiché il numero da trovare viene diviso sei volte per cinque, ogni risposta accettabile, se sommata a $5^6 = 15625$, ci dà la risposta successiva di ordine superiore. E’ ovvio che non esiste un numero n positivo piccolo che soddisfi all’equazione (basta fare qualche tentativo per accorgersene), ma é possibile che ve ne sia uno piccolo negativo: infatti se il marinaio si avvicina al mucchio composto da -4 noci ed in prima battuta aggiunge e sottrae una noce di cocco il risultato non cambia. In tal modo si otterranno -5 noci più una reale (positiva); regala quest'ultima alla scimmia ottenendo un mucchio formato ora da -5 noci. Lo divide per cinque e si prende -1 noce. Resta nuovamente il mucchio con -4 noci. Il secondo marinaio ripete lo stesso procedimento, una noce positiva tocca sempre alla scimmia, -1 noce a lui e ne restano ancora -4. Il procedimento si reitera per tutti i marinai, lasciando invariato il numero di noci dopo la divisione (sempre -4). In questo modo, infatti, i marinai non devono fare che sottrarre e aggiungere ogni volta una noce al mucchio originario per ottenere un'equa divisione dei beni (equa sì, ma svantaggiosa per tutti). Alla mattina dunque, lasciata una noce positiva alla scimmia, ogni marinaio si prende una noce negativa. Risultato: ciascun uomo ha -2 noci e la scimmia possiede 6 noci. Dunque n = -4 è una soluzione dell'equazione diofantea, ma ovviamente non è accettabile fisicamente. Basta però sommarvi 15625 per ricavare immediatamente la soluzione di ordine superiore: -4 + 15625 = 15621. Con questo risultato si può osservare che l'ultima divisione lascia ancora 1023 noci a ciascun marinaio. D’altra parte esiste anche un teorema che dice che se X e Y sono le soluzioni di un'equazione diofantea di forma A·x - B·y = C, allora un'altra soluzione è data da X + B e Y + A, cioè, in questo caso proprio da 15621 (= -4 + 15625) e 1023 (= -1 + 1024).

Per capire meglio il concetto di noce negativa Norman Anning, del dipartimento di matematica dell’Università del Michigan, nel 1912 ragionò nel seguente modo: quattro noci delle 56 vengono tinte di nero e messe da parte. Quando le rimanenti vengono divise per cinque ne rimane una che viene data alla scimmia. Dopo che il primo marinaio ha preso la sua parte e la scimmia ha avuto la sua noce, rimettiamo di nuovo le quattro noci nere con le altre in modo da averne un mucchio di 55 noci, evidentemente divisibile per cinque, però prima di fare la successiva divisione mettiamo di nuovo da parte le quattro noci nere in modo che dalla divisione rimanga una noce da dare alla scimmia. Questo procedimento di prendere in prestito le noci nere solo quanto basta per vedere che si può effettuare una divisione per cinque e poi metterle da parte viene ripetuto a ogni divisione. Dopo la sesta divisione, le noci nere rimangono da parte e non sono più di nessuno. Esse non hanno una parte essenziale nell’operazione, ma servono solo a rendere le cose più chiare nel procedere.

E' possibile effettuare la generalizzazione del problema delle noci di cocco: sia M il numero dei marinai, maggiore di due, detti X il numero totale di noci raccolte dai marinai ed Y il numero di noci distribuite a ciascuno alla fine risulta:

$$X = \left(K \cdot M^{M+1}\right) - Y \cdot (M-1) = K \cdot (M-1)^M - 1$$

dove K è un numero intero positivo che, posto uguale a 1, fornisce i valori minimi cercati nel problema. Se il numero di noci di cocco date alla scimmia alla fine di ogni tornata è pari ad N, con N qualsiasi intero maggiore di uno, si ha invece:

$$X = \left(K \cdot M^{M+1}\right) - N \cdot Y \cdot (M-1) = K \cdot (M-1)^M - N$$

BIBLIOGRAFIA MATEMATICA

In questa sezione sono riportati saggi riguardanti la matematica che hanno come autori grandi scrittori e uomini di scienza e tecnica, adatti sia a un pubblico di addetti ai lavori sia a chi non ha svolto nella propria vita studi particolarmente attinenti con la matematica. Nei saggi citati, la matematica è vista sotto diversi aspetti: storia e filosofia, logica, infinito, enigmi e giochi ed anche in cucina. Sono stati riportati, inoltre, alcuni testi universitari per l'addetto ai lavori che vuole approfondire l'aspetto più tecnico della matematica.

Genere: Saggio
Titolo: Anche tu matematico
Autore: Roberto Vacca
Anno: 1999
Casa editrice: Garzanti
ISBN: 8811675847
Pagine: 184

Genere: Saggio
Titolo: Anche tu fisico
Autore: Roberto Vacca
Anno: 2000
Casa editrice: solo on line su http://www.printandread.com/italiano.htm
ISBN: -
Pagine: 230

Genere: Saggio
Titolo: L'enigma dei numeri primi.
L'ipotesi di Riemann, l'ultimo grande mistero della matematica.
Autore: Du Sautoy Marcus
Anno: 2004
Casa editrice: Rizzoli
ISBN: 8817000981
Pagine: 606

Genere: Saggio
Titolo: La matematica in cucina
Autore: Enrico Giusti
Anno: 2004
Casa editrice: Bollati Boringhieri
ISBN: 8833915271
Pagine: 226

Genere: Saggio
Titolo: Introduzione alla filosofia matematica
Autore: Bertrand Russell
Anno: 2004
Casa editrice: Longanesi
ISBN: 8830421448
Pagine: 217

Genere: Saggio
Titolo: Matematica ed emozioni
Autore: Toth Imre
Anno: 2004
Casa editrice: Di Rienzo – collana i dialoghi
ISBN: -
Pagine: 62

Genere: Saggio
Titolo: Matematica senza numeri
Autore: Giuliano Spirito
Anno: 2004
Casa editrice: Newton & Compton
ISBN: 8854100862
Pagine: 112

Genere: Saggio
Titolo: C’era una volta un numero. La vera storia della matematica
Autore: George Gheverghese Joseph
Anno: 2003
Casa editrice: Il Saggiatore
ISBN: 8851521182
Pagine: 444

Genere: Saggio
Titolo: Cos'è davvero la matematica
Autore: Hersh Reuben
Anno: 2003
Casa editrice: Baldini Castoldi Dalai
ISBN: 8884904307
Pagine: 493

Genere:	Saggio
Titolo:	Dietro il teorema. Il fascino discreto della matematica nelle vite dei suoi protagonisti
Autore:	Emanuela Salciccia
Anno:	2003
Casa editrice:	Armando
ISBN:	8883586166
Pagine:	126

Genere:	Saggio
Titolo:	Il flauto di Hilbert. Storia della matematica
Autore:	Bottazzini Umberto
Anno:	2003
Casa editrice:	Utet
ISBN:	8877508523
Pagine:	463

Genere:	Saggio
Titolo:	Logica matematica. Strutture, rappresentazioni, deduzioni
Autore:	Vincenzo Manca
Anno:	2001
Casa editrice:	Bollati Boringhieri
ISBN:	8833956563
Pagine:	200

Genere:	Saggio
Titolo:	Guida allo studio: matematica. Giochi e gare di creatività e logica
Autore:	Paolo Toni
Anno:	2000
Casa editrice:	Muzzio
ISBN:	8870219658
Pagine:	247

Genere:	Testo universitario
Titolo:	Logica matematica
Autore:	Patrizio Cintioli, Carlo Toffalori
Anno:	2000
Casa editrice:	McGraw Hill
ISBN:	8838608687
Pagine:	195

Genere: Saggio
Titolo: Matematica, mio terrore. Alla scoperta del lato umano della matematica
Autore: Siety Anne
Anno: 2003
Casa editrice: Salani
ISBN: 8884512549
Pagine: 205

Genere: Saggio
Titolo: Probabilità, numeri e code. La matematica nascosta nella vita quotidiana
Autore: Eastaway Rob, Wyndham Jeremy
Anno: 2003
Casa editrice: Dedalo
ISBN: -
Pagine: 240

Genere: Saggio
Titolo: L' ultima storia di Miguel Torres da Silva. La matematica dei sentimenti, i sentimenti della matematica
Autore: Vogel Thomas
Anno: 2003
Casa editrice: Ponte alle Grazie
ISBN: 8879286307
Pagine: 175

Genere: Saggio
Titolo: L' uomo che vide l'infinito. La vita breve di Srinivasa Ramanujan, genio della matematica
Autore: Kanigel Robert
Anno: 2003
Casa editrice: Rizzoli
ISBN: 8817871699
Pagine: 462

Genere: Saggio
Titolo: Il gene della matematica
Autore: Devlin Keith
Anno: 2002
Casa editrice: Longanesi
ISBN: 8830418420
Pagine: 377

Genere: Saggio
Titolo: Le gioie della matematica. Come scoprire la matematica che ci circonda nella natura, nella musica, nell'architettura, nella storia e nella letteratura
Autore: Pappas Theoni
Anno: 2002
Casa editrice: Muzzio
ISBN: 8874131127
Pagine: 255

Genere: Testo universitario
Titolo: Modelli matematici. Introduzione alla matematica applicata
Autore: Israel Giorgio
Anno: 2002
Casa editrice: Muzzio
ISBN: 8874130627
Pagine: 152

Genere: Saggio
Titolo: Personaggi e paradossi della matematica
Autore: David Wells
Anno: 2002
Casa editrice: Mondadori
ISBN: 8804498854
Pagine: 279

Genere: Saggio
Titolo: Cos'è davvero la matematica
Autore: Hersh Reuben
Anno: 2001
Casa editrice: Baldini Castoldi Dalai
ISBN: 8884904307
Pagine: 494

Genere: Saggio
Titolo: Di duelli, scacchi e dilemmi. La teoria matematica dei giochi
Autore: Roberto Lucchetti
Anno: 2002
Casa editrice: Bruno Mondadori
ISBN: 8842497177
Pagine: 165

Genere: Saggio
Titolo: Divertirsi con la matematica. Curiosità e stranezze del mondo dei numeri
Autore: Higgins Peter M.
Anno: 1999
Casa editrice: Dedalo
ISBN: 8822062167
Pagine: 272

Genere: Saggio
Titolo: Storia della matematica
Autore: Carl B. Boyer
Anno: 2000
Casa editrice: Mondadori
ISBN: 8804334312
Pagine: 735

Genere: Saggio
Titolo: Il numero. Dalla matematica delle piramidi all'infinito di Cantor
Autore: Gazalè Midhat
Anno: 2001
Casa editrice: Dedalo
ISBN: 8822005481
Pagine: 360

Genere: Saggio
Titolo: Che cos'è la matematica?
Autore: Courant Richard, Robbins Herbert
Anno: 2000
Casa editrice: Bollati Boringhieri
ISBN: 8833912000
Pagine: 671

Genere: Saggio
Titolo: La matematica del Novecento. Dagli insiemi alla complessità
Autore: Piergiorgio Odifreddi
Anno: 2000
Casa editrice: Einaudi
ISBN: 8806151533
Pagine: 205

Genere: Saggio
Titolo: Il diavolo in cattedra. La logica da Aristotele a Godel
Autore: Piergiorgio Odifreddi
Anno: 2003
Casa editrice: Einaudi
ISBN: 8806165976
Pagine: 311

Genere: Saggio
Titolo: La repubblica dei numeri
Autore: Piergiorgio Odifreddi
Anno: 2002
Casa editrice: Cortina Raffaello
ISBN: 8870787761
Pagine: 292

Genere: Saggio
Titolo: Divertimento geometrico. Le origini geometriche della logica da Euclide a Hilbert
Autore: Piergiorgio Odifreddi
Anno: 2003
Casa editrice: Bollati Boringhieri
ISBN: 8833957144
Pagine: 271

Genere: Saggio
Titolo: Le menzogne di Ulisse. L'avventura della logica da Parmenide ad Amartya Sen
Autore: Piergiorgio Odifreddi
Anno: 2004
Casa editrice: Longanesi
ISBN: 8830420441
Pagine: 286

Genere: Saggio
Titolo: Enigmi e giochi matematici
Autore: Martin Gardner
Anno: 2001
Casa editrice: Rizzoli
ISBN: 8817127477
Pagine: 359

Genere: Saggio
Titolo: Insalate di matematica. Sette buffet per stimolare l'appetito numerico
Autore: Robert Ghattas
Anno: 2004
Casa editrice: Sironi
ISBN: 8851800340
Pagine: 153

Genere: Saggio
Titolo: L'infinito matematico tra mistero e ragione. Intuizioni, paradossi, rigore
Autore: Thérèse Gilbert, Nicolas Rouch
Anno: 2004
Casa editrice: Pitagora
ISBN: 8837113110
Pagine: 351

Genere: Saggio
Titolo: La matematica da Pitagora a Newton
Autore: Lucio Lombardo Radice
Anno: 2004
Casa editrice: Muzzio
ISBN: 8874131135
Pagine: 135

Genere: Saggio
Titolo: La rivoluzione dimenticata. Il pensiero scientifico greco e la scienza moderna
Autore: Russo Lucio
Anno: 2001
Casa editrice: Feltrinelli
ISBN: 880781644X
Pagine: 492

Genere: Saggio
Titolo: Flussi e riflussi. Indagine sull'origine di una teoria scientifica
Autore: Russo Lucio
Anno: 2003
Casa editrice: Feltrinelli
ISBN: 8807103494
Pagine: 150

Genere: Saggio
Titolo: Pitagora si diverte (vol. 1)
Autore: Gilles Cohen
Anno: 2002
Casa editrice: Bruno Mondadori
ISBN: 8842495891
Pagine: 118

Genere: Saggio
Titolo: Pitagora si diverte (vol. 2)
Autore: Gilles Cohen
Anno: 2003
Casa editrice: Bruno Mondadori
ISBN: 8842495905
Pagine: 116

Genere: Saggio
Titolo: Pitagora si diverte. 77 giochi matematici
Autore: Gilles Cohen
Anno: 2001
Casa editrice: Paravia
ISBN: 8839562524
Pagine: 118

Genere: Saggio
Titolo: Di duelli, scacchi e dilemmi. La teoria matematica dei giochi
Autore: Roberto Lucchetti
Anno: 2002
Casa editrice: Bruno Mondadori
ISBN: 8842497177
Pagine: 165

Genere: Saggio
Titolo: Una comunità e un caso di frontiera. L'epistolario Cremona-Cesàro e i materiali correlati
Autore: Luciano Carbone, Romano Gatto, Franco Palladino
Anno: 2002
Casa editrice: Liguori
ISBN: 8820734257
Pagine: 196

Genere: Testo universitario
Titolo: Calcolo differenziale 1. Funzioni di una variabile reale
Autore: Adams Robert A.
Anno: 2003
Casa editrice: Ambrosiana CEA
ISBN: 884081261X
Pagine: 744

Genere: Testo universitario
Titolo: Calcolo differenziale 2. Funzioni di più variabili
Autore: Adams Robert A.
Anno: 2003
Casa editrice: Ambrosiana CEA
ISBN: 8840812687
Pagine: 540

Genere: Testo universitario
Titolo: Analisi matematica di base
Autore: Gianni Gilardi
Anno: 2001
Casa editrice: McGraw Hill
ISBN: 8838660220
Pagine: 480

Genere: Testo universitario
Titolo: Analisi 2
Autore: Gianni Gilardi
Anno: 1996
Casa editrice: McGraw Hill
ISBN: 8838607273
Pagine: 725

Genere: Testo universitario
Titolo: Analisi 3
Autore: Gianni Gilardi
Anno: 1994
Casa editrice: McGraw Hill
ISBN: 8838606595
Pagine: 640

LINK UTILI

In questa sezione sono riportati i link dei maggiori portali che vendono libri, i siti web delle case editrici ed infine alcuni siti per chi vuole approfondire la matematica. Si ricorda che nella sezione "Collegamenti" del forum, citato all'inizio, vi sono ulteriori siti segnalati.

Principali librerie online da cui comprare i libri:
http://www.internetbookshop.it/hme/hmepge.asp
http://www.ita-bol.com/bol/main.jsp?action=bolhp
http://www.feltrinelli.it/
http://www.hoepli.it/
http://www.gullivertown.com/index.php
http://www.macrolibrarsi.it/index.php
http://www.amazon.com

Case editrici:
http://www.mcgraw-hill.it/
http://www.utet.com/utet/index.jsp
http://www.edizionidedalo.it/
http://www.bollatiboringhieri.it/
http://www.longanesi.it/
http://www.saggiatore.it/
http://www.rcslibri.it/rizzoli/
http://www.einaudi.it/einaudi/ita/default.jsp
http://www.raffaellocortina.it/
http://www.sironieditore.it/main.php
http://www.mondadori.com/libri/index.html
http://www.bcdeditore.it/
http://www.ceaedizioni.it/ita/index.asp
http://www.libreria-apogeo.it/

Scienza matematica:
http://digilander.libero.it/basecinque/index.htm
http://utenti.quipo.it/base5/
http://groups.google.com/groups?hl=it&lr=&safe=off&group=it.scienza
http://www.printandread.com/italiano.htm
http://www.robertovacca.com/italiano.htm
http://www.crocevia.ecplanet.com/
http://www.vialattea.net/home_html.htm
http://mathworld.wolfram.com/
http://us.geocities.com/alex_stef/mylist.html
http://www.batmath.it/
http://digilander.libero.it/socratis/matemat.htm
http://freestatistics.altervista.org/it/index.php
http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/history/
dal sito dell'Università Bocconi:
http://matematica.uni-bocconi.it/index.htm
http://matematica.uni-bocconi.it/gareparigi.htm
http://matematica.uni-bocconi.it/peano/peano1.htm
http://matematica.uni-bocconi.it/losapevateche/dendi3sorelle.htm
http://matematica.uni-bocconi.it/archivio.htm

La matematica al cinema:

Titolo:	π il teorema del delirio
Regia:	Darren Aronofsky
Nazionalità:	USA
Anno:	1998
Durata:	84 minuti - b/n
Interpreti:	Sean Gullette (Maximilian Cohen), Mark Margolis (Sol Robeson), Ben Shenkman (Lenny Meyer), Pamela Hart (Marcy Dawson) e Stephen Pearlman (Rabbi Cohen).
Trama:	Maximilian Cohen è un genio della matematica e del computer, vive a Manhattan e non ha contatti con il resto del mondo, se si esclude un anziano professore. Un giorno scopre una relazione una costante numerica - il Pi greco - e le oscillazioni della borsa di New York. E c'è qualcuno a cui interesserebbe molto la sua scoperta...

Titolo:	A Beautiful Mind
Regia:	Ron Howard
Nazionalità:	USA
Anno:	2001
Durata:	127 minuti - colore
Interpreti:	Russell Crowe (John Forbes Nash Jr.), Jennifer Connelly (Alicia Larde Nash), Ed Harris (William Parcher), Adam Goldberg (Richard Sol), Christopher Plummer (Dottor Rosen), Paul Bettany (Charles Herman) e Josh Lucas (Martin Hansen)
Trama:	1947, John Nash viene ammesso alla Princeton University per la specializzazione a seguito della sua laurea in matematica. Alla ricerca continua di un'idea rivoluzionaria formulerà la famosa “teoria dei giochi”, scoperta che lo porterà a lavorare al MIT e alle dipendenze dell'agente segreto William Parcher.

Titolo:	Cube - Il Cubo
Regia:	Vincenzo Natali
Nazionalità:	Canada
Anno:	1998
Durata:	91 minuti - colore
Interpreti:	Nicole DeBoer, Nicky Guadagni, David Hewlett, Andrew Miller, Julian Richings, Wayne Robson, Maurice Dean Wint.
Trama:	Senza ragioni plausibili sei persone - quattro uomini e due donne sono rinchiuse in un'immensa, labirintica e semovente costruzione metallica, formata da 17576 stanze cubiche di vario colore e intercomunicanti attraverso sportelli apribili a mano. Alla ricerca di un'ipotetica uscita i prigionieri si spostano da una stanza all'altra, ma debbono guardarsi da trappole mortali, identificabili attraverso calcoli matematici. Paura, ira, frustrazione, impotenza, sgomento davanti all'assurdo li affliggono. Passano dalla collaborazione all'aggressività, ai conflitti. Per incidenti o malvagità a poco a poco il gruppo si assottiglia.

Titolo: Hypercube: Cube 2
Regia: Andrzej Sekula
Nazionalità: Canada
Anno: 2002
Durata: 95 minuti - colore
Interpreti: Kari Matchett (Kate Filmore), Geraint Wyn Davies (Simon Grady), Grace Lynn Kung (Sasha), Matthew Ferguson (Max Reisler) e Neil Crone (Jerry Whitehall)
Trama: Otto estranei si trovano catapultati in una sorta di prigione costituita da stanze cubiche, e nessuno di loro ricorda come è finito là dentro. Presto scopriranno di trovarsi in una specie di "quarta" dimensione dove nessuna legge fisica è applicabile, dovranno scoprire il segreto dell'ipercubo per poter sopravvivere...

Titolo: Enigma
Regia: Michael Apted
Nazionalità: USA – Gran Bretagna
Anno: 2001
Durata: 100 minuti - colore
Interpreti: Dougray Scott, Kate Winslet, Saffron Burrows, Jeremy Northam, Nikolaj Coster Waldau e Tom Hollander
Trama: Marzo, 1943. I sommergibili tedeschi cambiano improvvisamente il radiocodice segreto di comunicazione. A Bletchey Park (quaranta chilometri da Londra), centro di decifrazione, hanno pochi giorni per trovarne la chiave. Ci prova Tom Jericho, giovane matematico, che aveva già decifrato il vecchio codice, assillato anche dalla misteriosa scomparsa dell'amata Claire. C'è un nesso tra i due enigmi? È lei la talpa che al centro lavora per i tedeschi? Tratto da un romanzo di Robert Harris (ispirato alla storia vera del matematico Alan Turing, precursore del computer, non citato), vanta la sceneggiatura dell'egregio Tom Stoppard e un'accurata ricostruzione ambientale.